الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة أبوبكر بلقايد تلمسان

كلية العلوم الإقتصادية، التجارية، المالية و

علوم التسيير

قسم العلوم المالية

# محاضرات: الإقتصاد الجزئي 1

## مطبوعة محاضرات مقدمة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك

من إعداد:

الدكتورة بن طيب هديات خديجة

أستاذة محاضرة "أ"

السنة الجامعية: 2022-2023

# فهرس المحتويات

**مقدمة عامة..... 05**

**الفصل أول: سلوك المستهلك.....07**

1. المنفعة.....09

1.1 المنفعة القياسية.....09

1.1.1 دالة المنفعة.....10

1.1.1.1 افتراضات دالة المنفعة.....10

2.1.1.1 أنواع المنفعة.....10

3.1.1.1 توازن المستهلك.....14

2.1 المنفعة الترتيبية.....20

1.2.1 منحنى السواء.....20

2.2.1 المعدل الحدي للإحلال.....23

3.2.1 خط الميزانية.....24

4.2.1 توازن المستهلك.....27

2. تغير محيط المستهلك.....34

1.2 تغير الدخل.....34

2.2 تغير السعر.....36

**الفصل الثاني: سلوك المنتج.....39**

1. عناصر الإنتاج.....41

1.1 الأرض.....41

2.1 العمل.....41

3.1 رأس المال.....41

1.3.1 رأس المال الثابت.....42

2.3.1 رأس المال المتداول.....42

4.1 التنظيم.....42

2. دالة الإنتاج.....42

1.2 دالة الإنتاج في المدى القصير.....44

1.1.2 الإنتاج الكلي.....45

2.1.2 الإنتاج الحدي.....46

3.1.2 الإنتاج المتوسط.....47

2.2 دالة الإنتاج في المدى الطويل.....51

1.2.2 منحنى الناتج المتساوي.....51

2.2.2 المعدل الحدي للإحلال التقني.....53

3.2.2 تعظيم الإنتاج.....54

4.2.2 معادلة Euler.....65

5.2.2 مسار توسع المؤسسة.....67

6.2.2 الدوال المتجانسة.....69

**الفصل الثالث: دالتي العرض و الطلب.....73**

1. دالة الطلب.....75

1.1 مفهوم دالة الطلب.....75

2.1 دالة الطلب الفردي.....75

3.1 جدول الطلب.....76

4.1 الطلب السوقي.....77

2. دالة العرض.....81

1.2 مفهوم دالة العرض.....81

2.2 جدول العرض.....82

3.2 منحنى العرض.....83

4.2 تغير العرض و الكمية المعروضة.....83

5.2 العرض السوقي.....85

**الفصل الثالث: المرونات.....87**

1. مفهوم المرونة.....89

2. مرونة الطلب.....89

1.2 مفهوم مرونة الطلب.....89

2.2 أنواع مرونة الطلب.....90

1.2.2 مرونة الطلب السعرية.....90

2.2.2 مرونة التقاطع.....92

3.2.2 المرونة الدخلية.....96

3. مرونة العرض.....99

1.3 مفهوم مرونة العرض السعرية.....99

2.3 العوامل المؤثرة في مرونة العرض السعرية.....100

**مقدمة عامة:**

تعرف المدرسة النيوكلاسيكية علم الاقتصاد بالعلم الذي يدرس السلوك البشري كعلاقة بين الأهداف والوسائل النادرة، تتميز باستخدامات تناوبية.

وتقسم المدرسة النيوكلاسيكية التحليل إلى قسمين أساسيين: التحليل الاقتصادي الكلي، والتحليل الاقتصادي الجزئي.

فالتحليل الاقتصادي الكلي يقدم صورة شاملة وعامة لاقتصاد ككل، كدراسة الدخل القومي، مستوى التشغيل، مستوى الأسعار، الضرائب...، أما التحليل الاقتصادي الجزئي يقوم على دراسة أعوان أو وحدات فردية، منها المستهلك من جهة والمؤسسة من جهة أخرى (أي المنتج). ويفترض في هذا التحليل أن المستهلك يهدف إلى تعظيم رفاهيته أو منفعته عبر قرارات عقلانية، بينما تبحث المؤسسة (أو المنتج) عن الربح الأقصى عبر سلوك عقلاني وقرارات ملائمة. وتؤدي عملية التعظيم من طرف المستهلك والمنتج إلى تحديد علاقة تبادل تربط بين المستهلك (طالب) والمؤسسة (عارض)، وتجسد علاقة تبادل بينهما ما يسمى بنظام الأسعار (أي تلاقي المستهلك مع المنتج في السوق).

يكون تحديد نظام الأسعار الهدف الرئيسي لتحديد الاقتصاد الجزئي، حيث هذا النظام يشير حسب المدرسة النيوكلاسيكية إلى درجة الندرة لكل السلع ويوجه الأعوان الاقتصاديين إلى تعظيم أهدافهم.

وهذه المطبوعة البيداغوجية بعنوان " **الإقتصاد الجزئي 1**" صممت خصيصا لطلبة سنة أولى جذع مشترك، وفق البرنامج التالي:

**الفصل الأول:** يتضمن هذا الفصل كل ما يتعلق بسلوك المستهلك، حيث تطرقنا إلى مفهوم المنفعة يشقيها. فالشق الأول يخص المنفعة القياسية الذي يعتبر التحليل الأقدم، و الذي يعتمد على فكرة أن المنفعة يمكن قياسها. بينما الشق الثاني و الذي يعتبر التحليل الأحدث، و الذي يفضل ترتيب المنفعة حسب ميول المستهلك ما يعرف بالمنفعة الترتيبية. بعدها قمنا بدراسة كل ما يتعلق بأنواع المنفعة: المنفعة الكلية، المنفعة الحدية، توازن المستهلك، منحنيات السواء، المعدل الحدي للإحلال، خط الميزانية، تغير محيط المستهلك.

**الفصل الثاني:** يخص هذا الفصل الوحدة الثانية الأساسية بعد المستهلك و هي دراسة سلوك المنتج. حيث سنتطرق إلى أهم عناصره و هي: عناصر الإنتاج، دالة الإنتاج و أنواعها، منحنى الناتج المتساوي، المعدل الحدي للإحلال التقني، تعظيم الإنتاج، مسار توسع المؤسسة، الدوال المتجانسة.

**الفصل الثالث:** يخص دوال العرض و الطلب، حيث سنتطرق أولا إلى دالة الطلب: مفهومها، الطلب الفردي، الطلب السوقي، جدول الطلب. بعدها سنتطرق إلى دالة العرض: مفهومها، جدول العرض، منحنى العرض، تغير العرض و الكمية المعروضة، العرض السوقي.

**الفصل الرابع:** في هذا الفصل الأخير سوف يتم عرض أهم أنواع المرونات الخاصة بالعرض و الطلب.

# الفصل الأول: سلوك المستهلك

**مقدمة:**

علم الاقتصاد يقوم بدراسة العمليات التي تخصص الموارد النادرة لتلبية الحاجات التبادلية و التنافسية، وهذا بغية الحصول على تعظيم إشباع هذه الحاجيات. ويطبق هذا التعريف على تحليل سلوك المستهلك الذي يمكن اعتباره كنوع من المؤسسة الصغيرة المتواجدة في المرحلة الأخيرة من عملية الإنتاج: هذه المؤسسة الصغيرة تشتري سلعا استهلاكية وتحولها إلى منتوج نهائي تقدر قيمته عن طريق قياس المنفعة، ولكن هذا المنتوج النهائي غير مادي (غير ملموس) وإنما نفساني أو سيكولوجي.

فالسلع المادية تكمن قيمتها في المنفعة التي يحصل عليها المستهلك أثناء استهلاكه لها، لذا فالمنفعة يمكن اعتبارها كهدف أساسي ونهائي لأي نشاط اقتصادي.

و لكي يطبق تعريف علم الاقتصاد على دراسة سلوك المستهلك فمن الضروري قبول الفكرة التي فحواها أن المستهلك في استطاعته القيام بالاختيار بين مختلف السلع المراد الحصول عليها بحيث أن ما يجديه كإشباع عند الاستهلاك يكون أعظم وأكبر ما يمكن. وأن المنفعة التي يجنيها من استهلاك هذه السلع تكون في حدها الأقصى، هذا الافتراض يضم في الحقيقة فرضيتين أساسيتين:

* أن يكون في مقدور المستهلك تقييم منفعة السلع.

* أن يكون عقلانيا ورشيدا.

## 1. المنفعة:

تعرف المنفعة على أنها مقياس للفائدة أو السعادة التي يجنيها المستهلك نتيجة شراءه للسلع المختلفة، حيث أن المستهلك لا يقوم بشراء سلعة ما إلا إذا اقتنع بأنها سوف تفيده وتنفعه، والمنفعة التي يريد المستهلك الحصول عليها تتمثل في قدرة السلعة على إشباع رغبة أو سد حاجة لديه.

ودراسة المنفعة بوجود تحليلين، الأول وهو الأقدم يعتمد على فكرة أن المنفعة يمكن قياسها، بينما الثاني الأحدث وهو استحالة قياس المنفعة بالأرقام، يعتبر أو يفضل ترتيب المنفعة حسب ميول المستهلك وهو ما يعرف بالمنفعة الترتيبية.

### 1.1 المنفعة القياسية:

كان علماء الاقتصاد للقرن 19، أمثال Carl Menger, Willyam Jevons, Leon Walras, Alfred Marshall، يعتقدون أن المنفعة يمكن قياسها مثلما يقاس الوزن والطول، كما يعتقدون أن المستهلك قادر على إعطاء كل سلعة عددا يمثل قيمة أو درجة المنفعة التي يجنيها عند استهلاكه هذه السلع. والجدول التالي يوضح هذا الاعتقاد:

| الكمية | المنفعة |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 10 |
| 2 | 20 |
| 3 | 25 |
| 4 | 30 |

يبين هذا الجدول أن المستهلك عند شراءه 2 كلغ من السلعة يجني منفعة مرتين أكبر عند شراءه 1 كلغ من نفس السلعة و 3 و4 نفس الشيء.

### 1.1.1 دالة المنفعة:

لنفترض أن مستهلكا يقوم بشراء عدة سلع: x,y,z,... فالمنفعة التي يجنيها تعتمد على الكميات من x,y,z,.. التي يمكن الحصول عليها، حيث: $U=f(x,y,z,...)$ ، و **U تعتبر** دالة المنفعة.

#### 1.1.1.1 افتراضات دالة المنفعة:

- **مستمرة:** يعني أن السلعة أو المتاع الاقتصادي (السلع) يكون محصورا بين $[0;+\infty[$.

- **متزايدة:** تزداد المنفعة كلما ازدادت الكمية بفضل مبدأ عدم الإشباع، أي المستهلك جشع كلما زدنا له رغبا في ذلك.

- **دالة المنفعة قابلة للتفاضل من الدرجة الأولى:** قابلية الاشتقاق تمكننا من التوصل إلى التوازن حسب الظروف الطبيعية والاقتصادية.

- **دالة المنفعة هي دالة شبه مقعرة تماما:** لما نكون أمام سلعتين $x_1$ و $x_2$ نرتب المنفعة على النحو التالي:

$U(x_1) > U(x_2)$ ، وإذا وجدت سلعة ثالثة محصورة بينهما يكتب بالطريقة التالية: $U(x_1)>U(x_3)>U(x_2)$.

**2.1.1.1 أنواع المنفعة:** يوجد نوعان من المنفعة: الكلية والحدية.

- **المنفعة الكلية:** هي مجموع ما يحصل عليه الفرد من منفعة نتيجة استهلاكه كميات مختلفة من سلعة ما خلال فترة زمنية معينة، تزداد بزيادة الوحدات المستهلكة إلى أن تصل إلى حدها الأقصى، بعدها تبدأ بالتناقص بالرغم من زيادة الاستهلاك.

$$U_{T(x)} = f(x_1 ; x_2 ; ...) \Rightarrow U_{T(x)} = f(x_i)$$

- **المنفعة الحدية:** تمثل المنفعة الحدية المنفعة الإضافية التي يحصل عليها المستهلك نتيجة استهلاكه وحدة إضافية من منتوج ما.

و رياضيا هي المشتقة الأولى لدالة المنفعة (إذا كانت مستمرة و قابلة للاشتقاق)، أي:

$$\mathbf{Umg_x} = \frac{dUT}{dx} = f'(x)$$

أما إذا كانت غير مستمرة أي متقطعة، فالمنفعة الحدية تكتب كالآتي:

$$\mathbf{Umg_x} = \frac{\Delta U_{Tx}}{\Delta x}$$

حيث $\Delta U_{Tx}$ يمثل التغير في المنفعة الكلية.

$\Delta x$ يمثل التغير في كمية السلعة x.

والعلاقة بين القانونين تكتب كالآتي:

$$Umg_x = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta U_T}{\Delta x} = \frac{dU_T}{dx} = f'(x)$$

<u>مثال:</u>

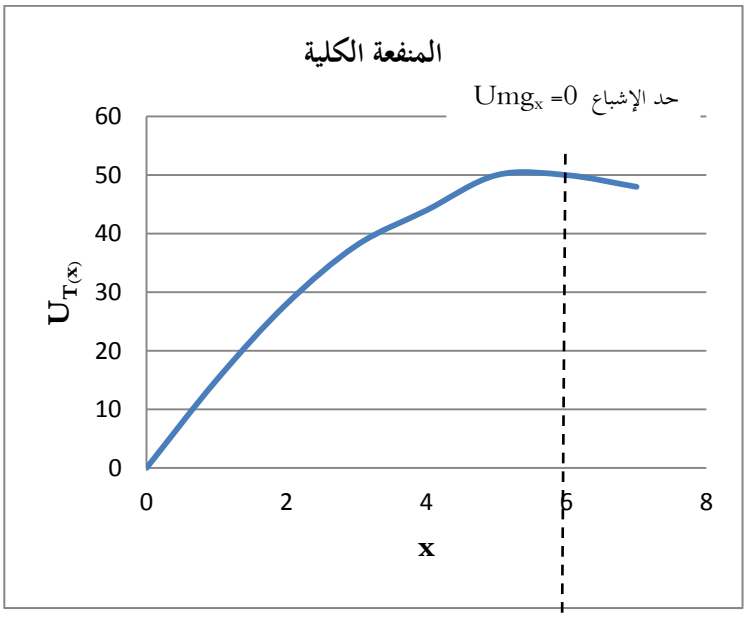
لنفترض أن المستهلك يقوم بشراء منتوج واحد x، وأن المنفعة التي يحصل عليها المستهلك قابلة للقياس، فالجدول التالي يبين الكمية المستهلكة من x و $U_T$ هي المنفعة الكلية المتحصل عليها جراء استهلاك هذه السلعة:

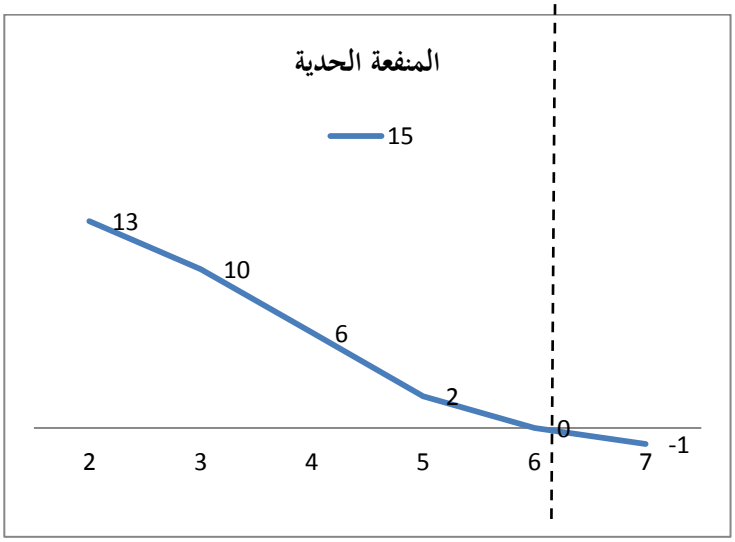
$$Umg_x = \frac{\Delta U_{Tx}}{\Delta x} \Rightarrow \begin{cases} Umg_{1x} = \frac{U_{Tx2} - U_{Tx1}}{x_2 - x_1} \\ Umg_{2x} = \frac{U_{Tx3} - U_{Tx2}}{x_3 - x_2} \\ \vdots \\ Umg_{7x} = \frac{U_{Tx7} - U_{Tx6}}{x_7 - x_6} \end{cases}$$

| $Umg_x$ | $U_{Tx}$ | x |
|---|---|---|
| - | 0 | **0** |
| 15 | 15 | **1** |
| 13 | 28 | **2** |
| 10 | 38 | **3** |
| 6 | 44 | **4** |
| 2 | 46 | **5** |
| 0 | 46 | **6** |
| -1 | 45 | **7** |

* **المنفعة الكلية**: تزداد كلما زاد عدد الوحدات المستهلكة من السلعة x، إلى أن تصل إلى حدها الأقصى (الأعظمي) عند x=6 بعدها يبدأ بالانخفاض إلى أن يتوقف عند x=7 هذا يعني أن عند استهلاك الوحدة السابعة أو أكثر فإن المستهلك يحصل على لا منفعة.

* **المنفعة الحدية**: تتناقص كلما أضفنا وحدة من السلعة x إلى أن تنعدم عند x=6 أي عندما تكون المنفعة الكلية في حدها الأعظمي، بعدها تأخذ القيم السالبة إلى أن تتوقف.


المنفعة الكلية
حد الإشباع $Umg_x = 0$
60
50
40
30
20
10
0
$U_{T(x)}$
0
2
4
6
8
x


المنفعة الحدية
15
13
10
6
2
0
-1
2
3
4
5
6
7

➢ **قانون تناقص المنفعة الحدية:**

مفاده أنه إذا استمر فرد ما في استهلاك وحدات متجانسة من سلعة ما في فترة زمنية معينة، فإن المنفعة الحدية لابد وأن تبدأ في التناقص بعد حد معين، و للبرهان على ذلك يجب أن تكون:

$\frac{d\ Umgx}{dx} < 0$ متناقصة

$\frac{d^2 Umgx}{dx^2} > 0$ محدبة نحو نقطة الأصل

**3.1.1.1 توازن المستهلك:**

نفترض أن المستهلك ينفق من دخله لشراء سلعة واحدة فقط، ويعبر عنها اقتصاديا عندما تتعادل المنفعة الحدية المكتسبة مع المنفعة المضحى بها:

**المنفعة الحدية المكتسبة = المنفعة الحدية المضحى بها**

الإشباع الذي يحصل عليه أي: $Umg_x$ — المبلغ الحدي المدفوع فعلا حسب ثمن السوق

**مثال:**

لدينا الجدول التالي (السابق)، و نفترض أن ثمن الوحدة الواحدة من السلعة هو 5 و.ن أي: Px=5، و كل وحدة نقدية تمثل وحدتي منفعة (أي: λ=2: المنفعة الحدية للنقود).

| x | $U_{Tx}$ | المنفعة الحدية المكتسبة $Umg_x$ | $P_x$ | المنفعة الحدية المضحى بها |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 15 | <15 | 5 | 10=2*5 |
| 2 | 28 | <13 | 5 | 10=2*5 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **10=2*5** | **5** | **=10** | **38** | **3** |
| 10=2*5 | 5 | >6 | 44 | 4 |
| 10=2*5 | 5 | >2 | 46 | 5 |
| 10=2*5 | 5 | >0 | 46 | 6 |
| 10=2*5 | 5 | -1 | 45 | 7 |

المنفعة الحدية المضحى بها هي:

$5\times2=10 \Rightarrow 10=\lambda \times P_x$

الوحدة 3 هي التي تحقق له حالة توازن حيث: المنفعة الحدية المكتسبة = المنفعة الحدية المضحى بها.

لدينا:

المنفعة الحدية المكتسبة = المنفعة الحدية المضحى بها

$10=\lambda \times P_x$ $\qquad$ $Umg_x=10$

$10= Umg_x$

$10=\lambda \times P_x$

$$Umg_x =\lambda \times P_x \Rightarrow \lambda=\frac{Umg_x}{Px}$$

أما إذا انفق المستهلك دخله على أكثر من سلعة يصبح:

$$\lambda=\frac{Umgx}{Px}=\frac{Umgy}{Py}=\frac{UmgZ}{PZ}=\cdots$$

أما في حالة ما إذا كانت المنفعة الحدية للنقود λ مجهولة في هذه الحالة يمكن الاستعانة بالدخل، أي:

شرط التوازن: $\lambda = \frac{Umgx}{Px} = \frac{Umgy}{Py} = \frac{UmgZ}{PZ} = \cdots$

تحت قيد الدخل:

$$R = x.P_x + y.P_y + Z.P_z + \ldots.$$

<u>مثال:</u>

لدينا الجدول التالي الذي يمثل الكميات المستهلكة من x و y عند مختلف المنافع الكلية، مع العلم أن: $P_x=4$ و $P_y=6$.

| $UT_y$ | $UT_x$ | Q(x ;y) |
|---|---|---|
| 0 | 0 | **0** |
| 45 | 22 | **1** |
| 87 | 42 | **2** |
| 126 | 60 | **3** |
| 162 | 76 | **4** |
| 195 | 90 | **5** |
| 225 | 102 | **6** |
| 252 | 112 | **7** |
| 276 | 120 | **8** |

| | | |
|---|---|---|
| 297 | 126 | **9** |
| 315 | 130 | **10** |
| 330 | 132 | **11** |

1- أوجد المنافع الحدية للسلعتين

2- أوجد توازن المستهلك إذا علمت أن المنفعة الحدية للنقود هي 3

3- أوجد توازن المستهلك إذا كانت المنفعة الحدية للنقود مجهولة مع العلم أن: R=84

**الحل:**

| $Umg_y/P_y$ | $Umg_x/P_x$ | $Umg_y$ | $Umg_x$ | UT(y) | UT(x) | (x ;y) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | 0 | 0 | **0** |
| 7.5 | 5.5 | 45 | 22 | 45 | 22 | **1** |
| 7 | 5 | 42 | 20 | 87 | 42 | **2** |
| 6.5 | 4.5 | 39 | 18 | 126 | 60 | **3** |
| 6 | 4 | 36 | 16 | 162 | 76 | **4** |
| 5.5 | 3.5 | 33 | 14 | 195 | 90 | **5** |
| 5 | **(3)** | 30 | 12 | 225 | 102 | **(6)** |
| 4.5 | 2.5 | 27 | 10 | 252 | 112 | **7** |
| 4 | 2 | 24 | 8 | 276 | 120 | **8** |
| 3.5 | 1.5 | 21 | 6 | 297 | 126 | **9** |
| **(3)** | 1 | 18 | 4 | 315 | 130 | **(10)** |
| 2.5 | 0.5 | 15 | 2 | 330 | 132 | **11** |

1- المنافع الحدية للسلعتين x و y:

$$Umg_x = \frac{\Delta UT(x)}{\Delta x} \quad ; \quad Umg_y = \frac{\Delta UT(y)}{\Delta y}$$

2- حساب توازن المستهلك: $\lambda=3$ ; $P_x=4$ ; $P_y=6$

نعلم أن شرط التوازن هو:

$$\lambda=\frac{Umgx}{Px}=\frac{Umgy}{Py}$$

إذن من الجدول نجد أنه عند $\lambda=3$ فإن:

$$x=6 \Rightarrow \frac{Umgx}{Px}=3$$

$$y=10 \Rightarrow \frac{Umgy}{Py}=3$$

و بالتالي: يحقق المستهلك أكبر منفعة عند استهلاكه 6 وحدات من x و 10 وحدات من y.

3- حساب توازن المستهلك: $R=84$ (مجهولة $\lambda$)

نعلم أن شرط التوازن هو:

$$\frac{Umgx}{Px}=\frac{Umgy}{Py}$$

من الجدول التي تحقق الشرط السابق، مثلا:y و xبالتالي نستخرج جميع الكميات من و

$$\begin{cases} \frac{Umgx}{Px}=\frac{Umgy}{Py}=5.5 \Rightarrow x=1\ ;\ y=5 \\ \frac{Umgx}{Px}=\frac{Umgy}{Py}=5.5 \Rightarrow x=2\ ;\ y=6 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \frac{Umgx}{Px}=\frac{Umgy}{Py}=2.5 \rightarrow x=7\ ;\ y=11 \end{cases}$$

بعد استخراج جميع التوفيقات من x و y نقوم بحساب الدخل R ، وعملية التوازن أو الكميات المثلى من x و y هي الحالة التي يتساوى فيها الدخل المحسوب مع الدخل المعطى، أي: R=84

R= xPx + yPy

R= 1*4 +5*6 = 34

R= 2*4 +6*6 = 44

R= 3*4 +7*6 = 54 ⟸ كميات يمكن شراؤها

R= 4*4 + 8*6 = 64

R= 5*4 + 9*6 =74

**R= 6*4 + 10*6 = 84** ⟸ **كميات التوازن**

R= 7*4 +11*6 = 94 ⟸ كميات لا يمكن شراؤها

و بالتالي: يحقق المستهلك أكبر منفعة عند استهلاكه 6 وحدات من x و 10 وحدات من y.

### 2.1 المنفعة الترتيبية:

عكس المنفعة المقاسة، فالمنفعة الترتيبية تلغي مبدأ قياس المنفعة قياسا عدديا، لأن:

* لا يمكن تعميم قياس معين لمنفعة سلعة ما على مختلف المستهلكين، و هم في الأصل يختلفون من حيث الحاجات والرغبات.

* أيضا باعتبار أن الحاجة هي شيء داخلي غير ملموس وغير ملاحظ فلا يمكن دراسة تصرف المستهلك بإعطائه قياسا عدديا لمنفعته.

وعليه مبدأ المنفعة الترتيبية قائم على ترتيب تفضيلات المستهلك ترتيبا تنازليا حسب أهميته لهذه التفضيلات، ويكون تصنيف المستهلك للسلع والخدمات وفق مبدأ ترتيب الأفضلية متمثل بتعبير رياضي للمنفعة يعكس بدلالة الكميات المختلفة من السلع المستهلكة التي تشير إلى ترتيبها في سلم تفضيلاته مع إدخال نظرية التفضيل عند حد سواء.

أي قدرة ترتيب المستهلك لتفضيلاته حسب أهمية المنفعة المتوقعة للسلعتين، اعتمادا على منحنيات السواء كوسيلة لتحليل سلوك المستهلك.

#### 1.2.1 منحنى السواء:

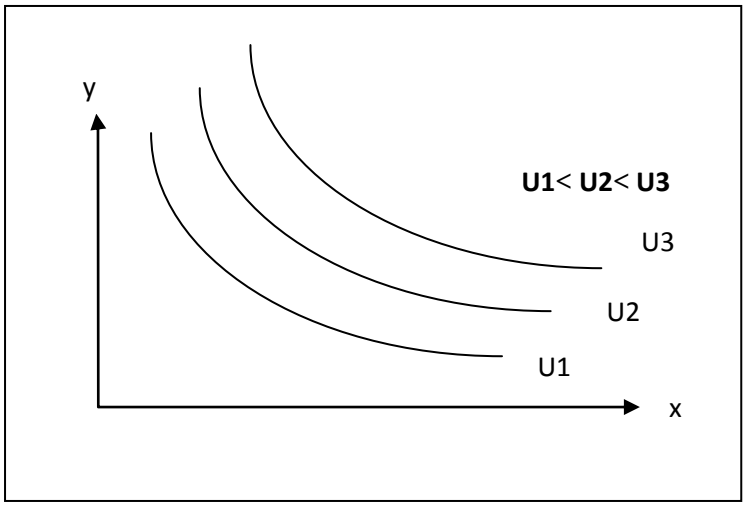
هو التمثيل البياني لمجموعة من النقاط التي تمثل بدائل أو اختيارات أو تفضيلات المستهلك اتجاه استهلاكه للسلعتين x و y، والتي تعطي المستهلك نفس مستوى الإشباع (المنفعة).

مثال:

| | A | B | C | Δ |
|---|---|---|---|---|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | 6 | 3 | 2 | 1 |

رغم اختلاف نقاط المنحنى من حيث الكميات إلا أنها تعطي نفس الإشباع (نفس المنفعة).

كما أن مجموعة من منحنيات السواء مرتبطة بمستويات مختلفة من الإشباع تكوِّن ما يسمى بخريطة السواء، ومن الواضح أن مستوى الإشباع يزداد كلما ابتعدنا عن نقطة الأصل (المبدأ) وهذا يعني زيادة الاستهلاك لكل من x و y.



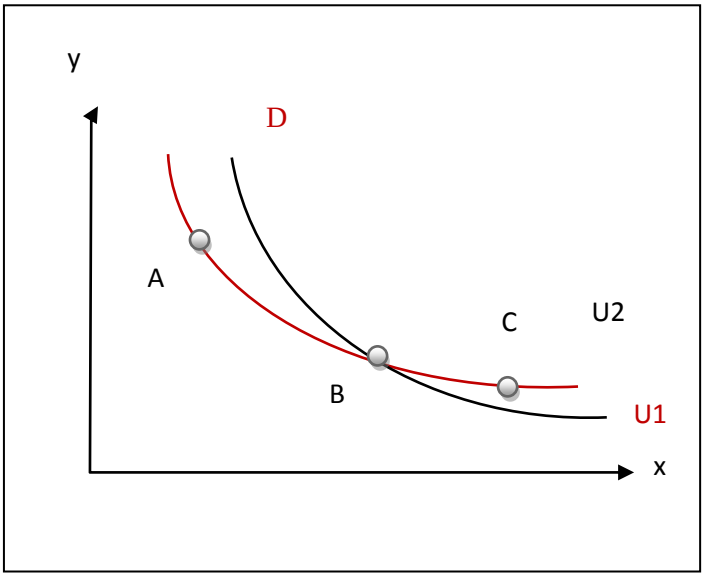
### خصائص منحنيات السواء:

هناك عدة خصائص لهذا المنحنى يعتمد عليها لدراسة سلوك المستهلك:

#### ❖ عدم تقاطع منحنيات السواء:

بما أن منحنيات السواء تختلف من حيث مستوى الإشباع من منحنى إلى آخر بالزيادة أو النقصان، هذه يدل على عدم إمكانية تقاطعها الذي يعني التساوي في الإشباع.

* $A \sim B \sim C$ معناه أن هذه النقاط موجودة على نفس منحنى السواء $U_1$ أي: $(A;B;C) \in U_1$، ولها نفس مستوى الإشباع.



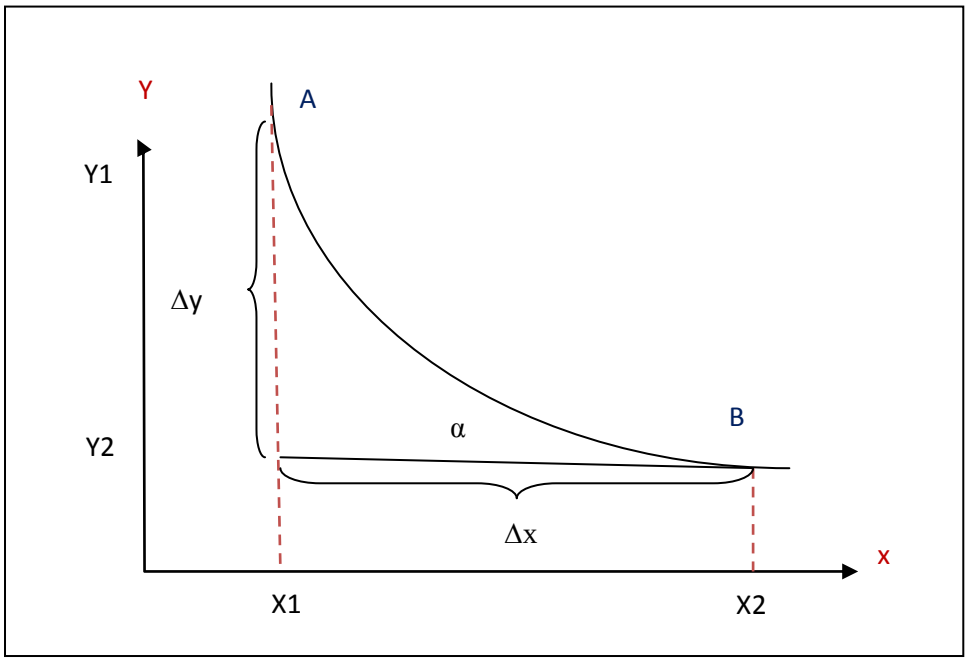

* $B \sim D$: نقطتين موجودتين على نفس منحنى السواء $U_2$ أي: $(B;D) \in U_2$ ولهما نفس مستوى الإشباع.

بما أن B تنتمي إلى منحنى السواء $U_1$ و $U_2$ يعني أن لها مستويين من الإشباع وهذا يعتبر مستحيل و خطأ لأن أي توفيقة أو تركيبة بالنسبة للمستهلك لها إشباع واحد أو منفعة واحدة فقط، و بالتالي استحالة تقاطع منحنيات السواء.

❖ **ميلها السالب:**

إذا انخفضت كمية السلعة $y$ ، يجب على الكمية من $x$ أن تزداد حتى يشعر المستهلك بنفس مستوى الإشباع، وهذا ما يجعل الميل سالب.

$$\text{الميل} = \text{ضل}\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$




❖ **محدبة نحو نقطة الأصل:**

هذا التحدب يعود لتنازل المنحنيات من اليسار إلى اليمين ومن الأعلى إلى الأسفل، وبالتالي تناقص المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين.

**2.2.1 المعدل الحدي للإحلال TMS:**

هو التخلي عن وحدات من $y$ من أجل الحصول على وحدات إضافية من $x$ مع بقاء المستهلك على نفس منحنى السواء، هذا المعدل يتناقص كلما اتجه المستهلك نحو الأسفل. من خصائصه أنه: تنازلي، هو عكس الميل، يتغير من نقطة إلى أخرى، ومن الناحية الهندسية عند كل نقطة على طول منحنى السواء، TMS يعبر عن الميل أي:

الإشارة السالبة بالنسبة للمعدل تدل عن نقصان في الكمية $y$ لأجل الإضافة في $x$.

* العلاقة الموجودة بين المعدل الحدي للإحلال والمنافع الحدية للسلع:

إذا افترضنا أن دالة المنفعة الكلية هي: $U_T = f(x;y)$ ، فإن التغيير في المنفعة الكلية الناتجة عن التغير في المتغيرات $x$ و $y$ ، يعبر عنه بالتفاضل الكلي من الدرجة الأولى لدالة المنفعة الكلية.

$$dUT = \frac{\delta UT}{\delta x}.dx + \frac{\delta UT}{\delta x}.dy$$

بما أن المستهلك يتحرك على نفس منحنى السواء فهذا يعني أنه يبقى على نفس مستوى الإشباع (أي مشتقة مقدار ثابت =0)

$$dUT = 0 \Rightarrow \frac{\delta UT}{\delta x}.dx + \frac{\delta UT}{\delta y}.dy = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\delta UT}{\delta x}.dx = -\frac{\delta UT}{\delta y}.dy$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\delta UT}{\delta x}}{\frac{\delta UT}{\delta y}} = -\frac{dy}{dx}$$

حيث أن $\frac{dy}{dx}$ هي نسبة التغيير لـ $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ لما $\Delta x \to 0$

و $\frac{\delta UT}{\delta x}$ ، $\frac{\delta UT}{\delta y}$ هي المنافع الحدية للسلعتين وبالتالي:

### 3.2.1 خط الميزانية (قيد الميزانية):

✓ **تعريفه:**

هو محل هندسي لجميع الثنائيات السلعية ($x$ ، $y$) التي تكون تكلفة كل منها كمية معينة من النقود، ويمثل مجموعة تكلفتها دخل المستهلك مع افتراض ثبات الأسعار.

ومن خصائصه أنه خط مستقيم ذو ميل سالب.

R= xPx + yPy ⇒ yPy= R- xPx

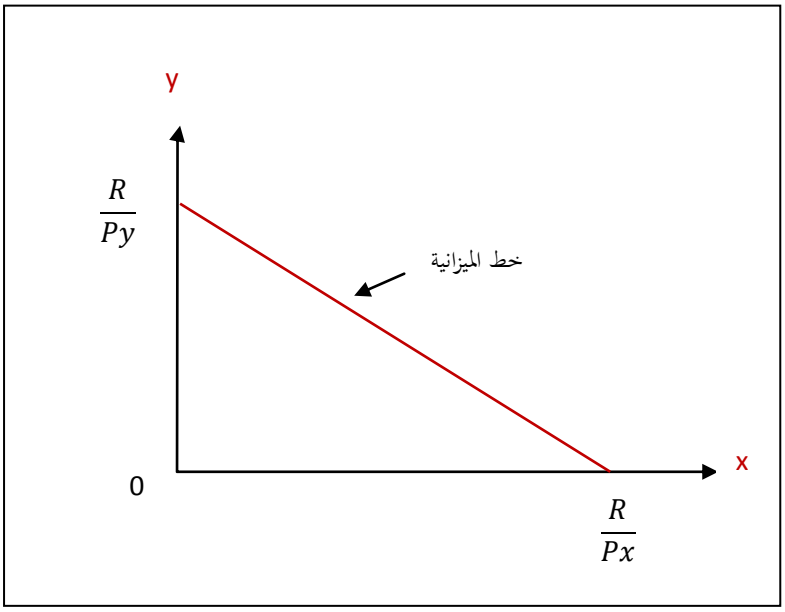
$$\Rightarrow y=\frac{R}{Py}-x\frac{Px}{Py}$$

$$\Rightarrow \mathbf{y=(-\frac{Px}{Py})x+\frac{R}{Py}}$$

وبما أن معادلة المستقيم هي y= a x+ b بالمطابقة، فإن الميل هو $-\frac{Px}{Py}$ و من أجل التمثيل البياني لخط الميزانية، نفترض:

- عدم استهلاك $x \Leftarrow x=0 \Leftarrow y=\frac{R}{Py}$

- عدم استهلاك $y \Leftarrow y=0 \Leftarrow x=\frac{R}{Px}$



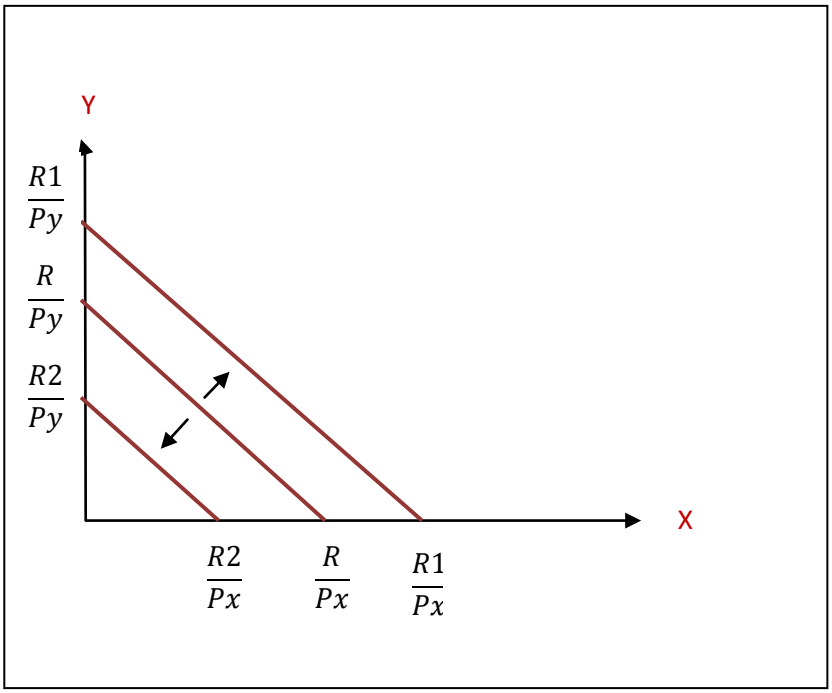

✓ **تغيير خط الميزانية:**

**° حالة تغير الدخل R مع ثبات الأسعار $P_x$ ؛$P_y$ :**

إذا تغير الدخل R بينما تبقى الأسعار ثابتة، يكون هناك خط ميزانية جديد ممثلا في خط موازي للخط الأصلي الأول.

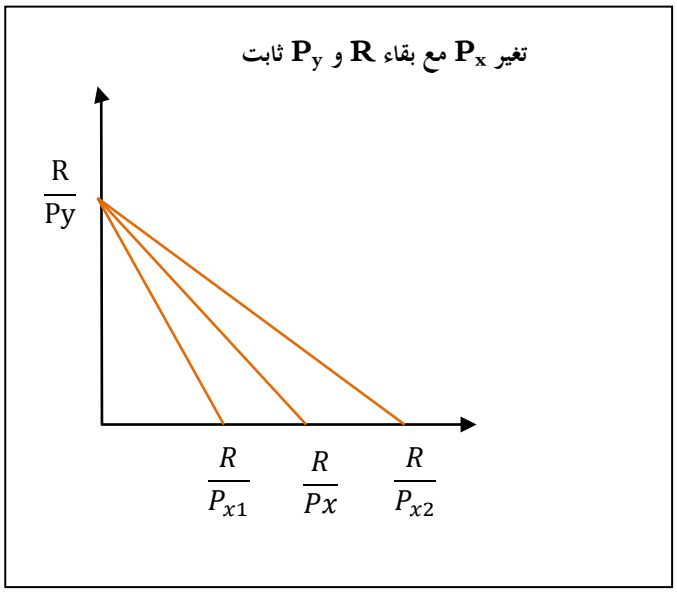
* حالة زيادة R إلى $R_1$ ينتقل خط الميزانية إلى الأعلى بالتوازي الأصلي.

* حالة انخفاض R إلى $R_2$ ينتقل خط الميزانية إلى الأسفل بالتوازي الأصلي (هناك علاقة طردية).



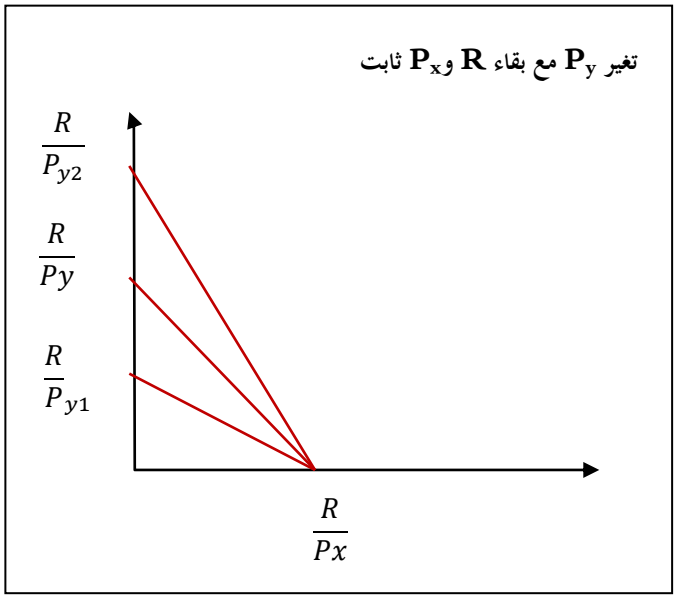

**° حالة تغير إحدى السلعتين مع ثبات الدخل و السعر الآخر:**

في حالة تغير أحد العرين مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة فإن الخط الجيد سوف يتغير و لكن بشكل دوراني:



* إذا ارتفع $P_x$ إلى $P_{x1}$ فإن الدوران يكون نحو المبدأ (علاقة عكسية).

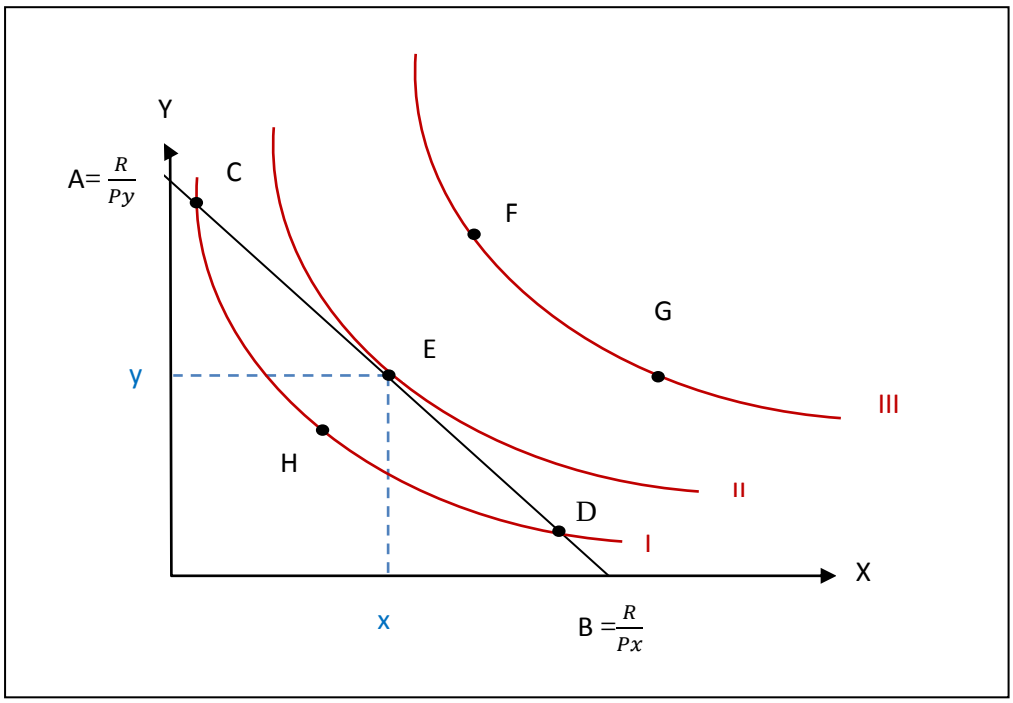
* إذا انخفض $P_x$ إلى $P_{x2}$ فإن الدوران يكون عكس المبدأ.




* إذا ارتفع $P_y$ إلى $P_{y1}$ فإن الدوران يكون نحو المبدأ (علاقة عكسية).

* إذا انخفض $P_y$ إلى $P_{y2}$ فإن الدوران يكون عكس المبدأ (نحو الأعلى).

### 4.2.1 توازن المستهلك:



* إذا كانت أي نقطة فوق خط الميزانية [BA] لا تكون في حدود دخل المستهلك، وتكون نفقاتها أكبر من الدخل (كميات لا يمكن شراؤها) ⟵ G,F

* أما النقاط الواقعة تحت خط الميزانية [AB] فيمكن للمستهلك أن يشغلها ويقوم بشرائها ويوفر جزء من دخله، لكنه لا يستطيع تحقيق أكبر منفعة ⟵ H

* أما النقاط الموجودة على خط الميزانية [AB] فهي تحقق للمستهلك ميزانية، لكن في غير صالح المستهلك أن يختار النقطتين C و D لأنهما تحققان له أقل منفعة مقارنة مع النقطة E (لأن I<II )، وبالتالي تعتبر النقطة E **نقطة توازن** لأنها تحقق للمستهلك أكبر منفعة في حدود دخله.

من أجل الحصول على نقاط التوازن أو الكميات المثلى توجد أربعة طرق:

❖ **الطريقة البيانية:**

نعلم أنه عند نقطة التوازن يتقاطع خط الميزانية مع منحنى السواء، أي:

ميل منحنى السواء= ميل خط الميزانية، أي

° **ميل خط الميزانية:**

$$R = xPx + yPy \Rightarrow yPy = R - xPx$$

$$\Rightarrow y = \frac{R - xPx}{Py}$$

$$\Rightarrow y = \left(-\frac{Px}{Py}\right).x - \frac{R}{Py}$$

وبالتالي ميل خط الميزانية هو: $-\frac{\boldsymbol{Px}}{\boldsymbol{Py}}$

**° ميل منحنى السواء:**

الوجود على نفس منحنى السواء يعني:

$U=f(x;y) \Rightarrow dU=0$

نفس البرهان على TMS (المعدل الحدي للإحلال)

$TMS= -\left(\frac{dy}{dx}\right)$

وبالتالي ميل منحنى السواء هو: $\frac{dy}{dx}$

**❖ طريقة التعويض:**

**° في حالة تعظيم المنفعة:**

يعني أن المنفعة مجهولة والدخل معلوم، في هذه الحالة يبحث المستهلك عن تعظيم منفعته في حدود دخله، أي:

$$\begin{cases} \text{Max } U_T = f(x;y) \ldots. (1) \\ \text{s/c } R= xP_x+yP_y \ldots.(2) \end{cases}$$

نقوم باستخراج x أو y من (2) ونعوضها في (1)

$(2) \Rightarrow y= \frac{R}{Py} - \frac{Px}{Py}x$

نعوض y في (1):

$\text{Max } U_T= f(x;\frac{R}{Py} - \frac{Px}{Py}x)$

***الشرط (1):**

Max $U_T$ معناه الحد الأعظمي أي بيانيا هي الذروة أو الحد، والذروة رياضيا تعني المشتقة الأولى =0، لذلك نقوم باشتقاق $U_T \Leftarrow dU_T=0$ ونقوم باستخراج قيمة x ، بعدها نستخرج y و $U_T$.

***الشرط (2):**

يجب التحقق من هذا الحد، أي الذروة إذا كانت عظمى أو دنيا، أي يجب أن تكون المشتقة الثانية أصغر من 0 لكي تكون $U_T$ عظمى، معناه يجب: $d^2U<0$

**° في حالة تدني الدخل:**

يعني أن الدخل مجهول والمنفعة معلومة، في هذه الحالة يبحث المستهلك عن تدني دخله في حدود منفعته، أي:

$$\begin{cases} \text{Min } R = xP_x + yP_y \ldots(1) \\ s/c : U = f(x;y) \ldots(2) \end{cases}$$

نستخرج x أو y من (2) ثم نعوضها في (1).

***الشرط (1):**

MinR معناه الحد الأدنى، بيانيا الذروة، رياضيا معناها المشتقة الأولى=0، أي: dR=0 ونقوم باستخراج x أوy وبعدها نستخرج R .

***الشرط (2):**

يجب التحقق من هذا الحد أو الذروة إذا كانت عظمى أو دنيا، أي يجب أن تكون المشتقة الثانية أكبر من 0 لكي تكون R دنيا، معناه يجب أن تكون $d^2R>0$ .

❖ **طريقة لاغرانج:**

نستخدم في هذه الطريقة دالة تتكون من ثلاث متغيرات: $x, y, \lambda$

تسمى هذه المعادلة بمعادلة لاغرانج حيث:

$L_{(x,y,\lambda)}$ = دالة الهدف + $\lambda$ (دالة القيد في مجموعها الصفري)

**° في حالة التعظيم:**

$$\begin{cases} \text{Max } U_T = f(x,y) \\ \text{s/c : } R = xP_x + yP_y \end{cases}$$

$$L_{(x,y,\lambda)} = f(x,y) + \lambda(R - xP_x - yP_y)$$

دالة لاغرانج تقبل حد إذا كانت المشتقات الجزئية الأولى مساوية للصفر أي:

*** <u>الشرط (1):</u>** المشتقات الجزئية الأولى=0

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \Rightarrow \frac{\delta f(x,y)}{\delta x} - \lambda Px = 0 \dots (1) \\ \frac{\delta L}{\delta Y} = 0 \Rightarrow \frac{\delta f(x,y)}{\delta y} - \lambda Px = 0 \dots (2) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \Rightarrow R - xPx - yPy = 0 \dots (3) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow Umg_x - \lambda Px=0 \Rightarrow \lambda=\frac{Umgx}{Px}$$

$$(2) \Rightarrow Umg_y - \lambda Py=0 \Rightarrow \lambda=\frac{Umgy}{Py}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda=\frac{Umgx}{Px}=\frac{Umgy}{Py}}$$

**شرط التوازن**

من شرط التوازن نستخرج x أو y و نعوضها في (3)، بعدها نستخرج باقي المجاهيل أي:

x أو y، $U_T$، $\lambda$ .

***الشرط (2):**

المشتقات الجزئية الثانية تكون أصغر من 0، لذلك يجب حساب المحدد الهيسي $\Delta$ ، إذا كان $\Delta < 0$ ،فإن المشتقات الجزئية الثانية $> 0$

$$\Delta= \begin{vmatrix} \frac{\delta^2 L}{\delta x^2} & \frac{\delta^2 L}{\delta x \delta y} & \frac{\delta^2 L}{\delta x \delta \lambda} \\ \frac{\delta^2 L}{\delta x \delta y} & \frac{\delta^2 L}{\delta y^2} & \frac{\delta^2 L}{\delta y \delta \lambda} \\ \frac{\delta^2 L}{\delta \lambda \delta x} & \frac{\delta^2 L}{\delta \lambda \delta y} & \frac{\delta^2 L}{\delta \lambda^2} \end{vmatrix}$$

⇐(1) اشتقاق

⇐(2) اشتقاق

⇐(3) اشتقاق

$$\Delta= \begin{vmatrix} \frac{\delta^2 L}{\delta x^2} & \frac{\delta^2 L}{\delta x \delta y} & -Px \\ \frac{\delta^2 L}{\delta x \delta y} & \frac{\delta^2 L}{\delta y^2} & -Py \\ -Px & -Py & 0 \end{vmatrix}$$

° في حالة التدني:

$$\begin{cases} \text{Min } R = xP_x + yP_y \\ s/c : U_T = f(x;y) \end{cases}$$

$$L_{(x,y,\lambda)} = xP_x + yP_y + \lambda(U_T - f(x,y))$$

**الشرط (1):**

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \Rightarrow Px - \lambda \frac{\delta f(x,y)}{\delta x} = \cdots (1) \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \Rightarrow Py - \lambda \frac{\delta f(x,y)}{\delta y} = \cdots (2) \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \Rightarrow U - f(x,y) = 0 \ldots (3) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow \lambda = \frac{Px}{\frac{\delta f(x,y)}{\delta x}} \Rightarrow \lambda = \frac{Px}{Umgx}$$

$$(2) \Rightarrow \lambda = \frac{Py}{\frac{\delta f(x,y)}{\delta y}} \Rightarrow \lambda = \frac{Py}{Umgy}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{Umgx}{Px} = \frac{Umgy}{Py}}$$

شرط التوازن

من شرط التوازن نستخرج x أو y ونعوضها في (3)، بعدها نستخرج باقي المجاهيل:

. R,λ, y أو x

***الشرط (2):**

المشتقات الجزئية الثانية يجب أن تكون أكبر من 0، لذا يجب أن يكون المحدد الهيسي أصغر من 0، أي: $\Delta < 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\delta^2 L}{\delta x^2} & \frac{\delta^2 L}{\delta x \delta y} & \frac{\delta^2 L}{\delta x \delta \lambda} \\ \frac{\delta^2 L}{\delta x \delta y} & \frac{\delta^2 L}{\delta y^2} & \frac{\delta^2 L}{\delta y \delta \lambda} \\ \frac{\delta^2 L}{\delta \lambda \delta x} & \frac{\delta^2 L}{\delta \lambda \delta y} & \frac{\delta^2 L}{\delta \lambda^2} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\delta^2 L}{\delta x^2} & \frac{\delta^2 L}{\delta x \delta y} & -Umgx \\ \frac{\delta^2 L}{\delta x \delta y} & \frac{\delta^2 L}{\delta y^2} & -Umgy \\ -Umgx & -Umgy & 0 \end{vmatrix}$$

**2. تغير محيط المستهلك:**

نقصد بتغير محيط المستهلك أن تتغير العوامل المؤثرة في الكمية المطلوبة من سلعة ما، فمثلا: إذا تغير الدخل نعتبر أن سعر السلعة x وسعر السلعة y لا يتغير.

**1.2 تغير الدخل:**

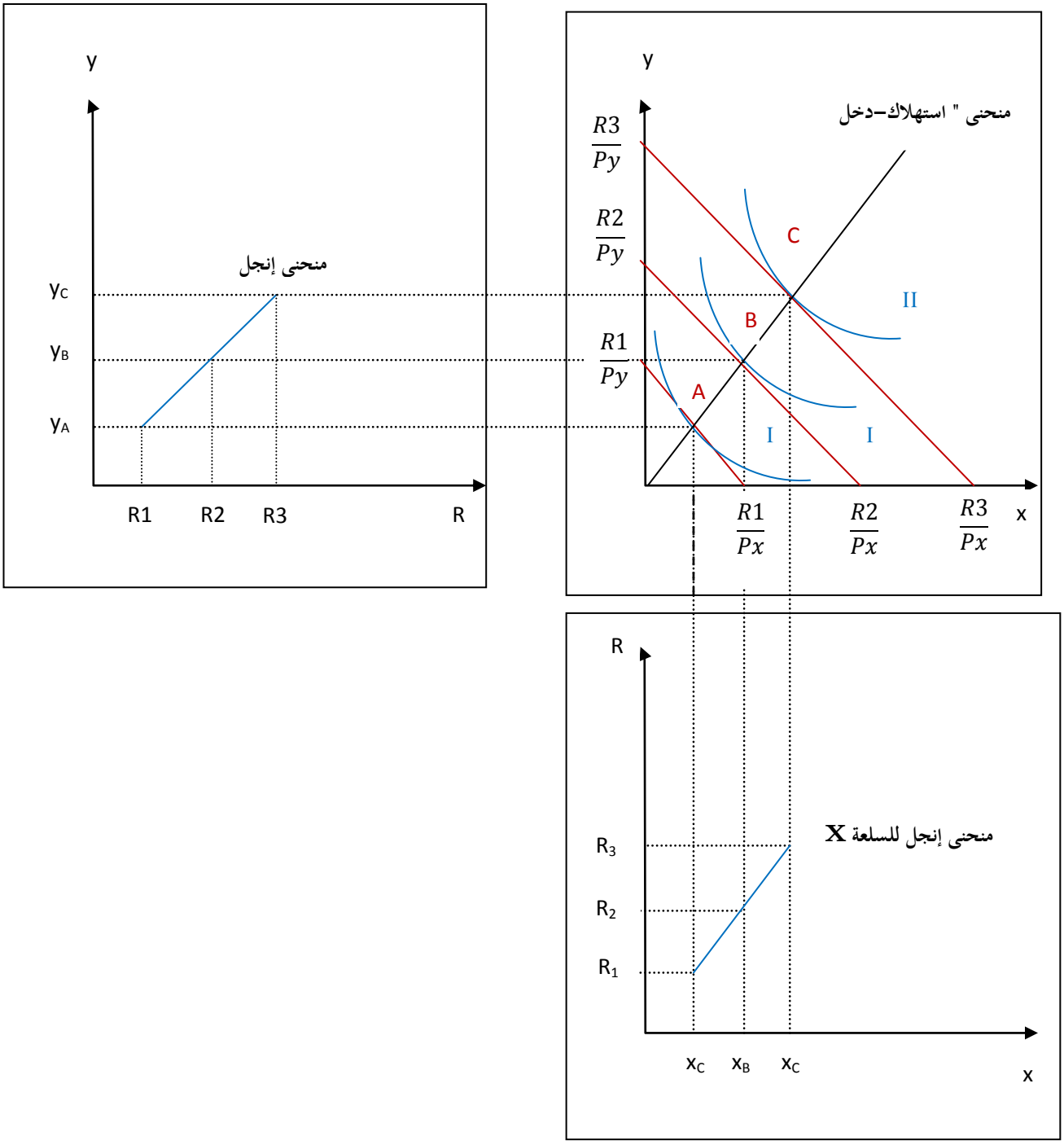
مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ($P_y$,$P_x$)، في هذه الحالة نحصل على منحنى يسمى:

- **منحنى استهلاك – دخل:**

و هو عبارة عن مجموعة من النقاط التي يتحقق عندها توازن المستهلك، عندما يكون الدخل هو المتغير الوحيد مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ($P_x$,$P_y$)، وثبات ذوق المستهلك.

*** منحنى إنجل:**

يبين منحنى إنجل العلاقة بين دخل المستهلك ومشترياته من السلع والخدمات، عندما يكون المتغير الوحيد هو R مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ($P_x$,$P_y$، ذوق المستهلك ).



**2.2 تغير السعر:**

معناه تغير أحد السعرين سواء Px أو Py مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة، مثلا: إذا تغير Px مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة (Py,R)، أو إذا تغير Py مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة (Px,R)، في هذه الحالة نتحصل على منحنى:

***منحنى استهلاك – سعر:**

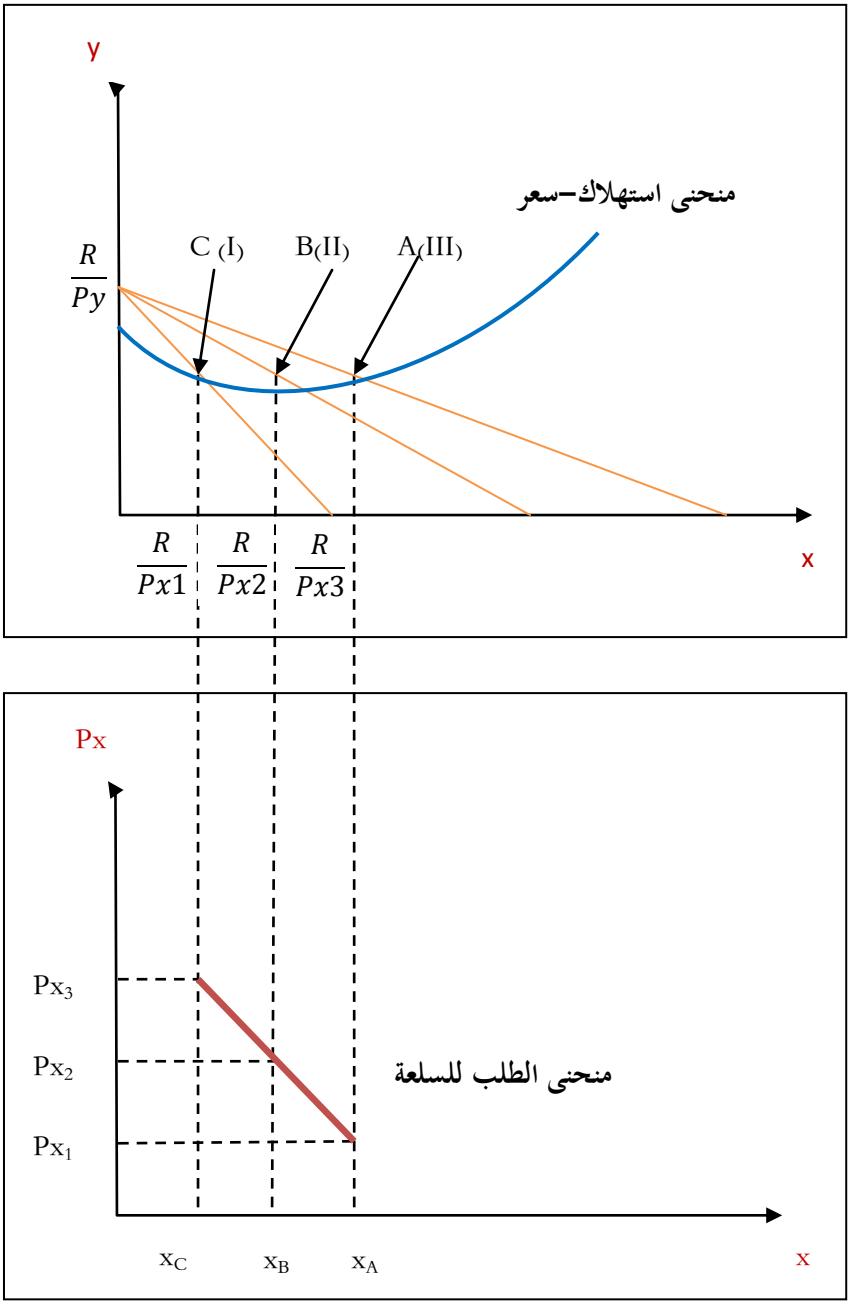
هو مجموعة من النقاط التي يكون عندها المستهلك في حالة توازن، عندما يكون المتغير الوحيد هو السعر، مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ( سعر السلعة الأخرى، R ).

✓ **إذا تغير Px** : مع بقاء R و Py ثوابت

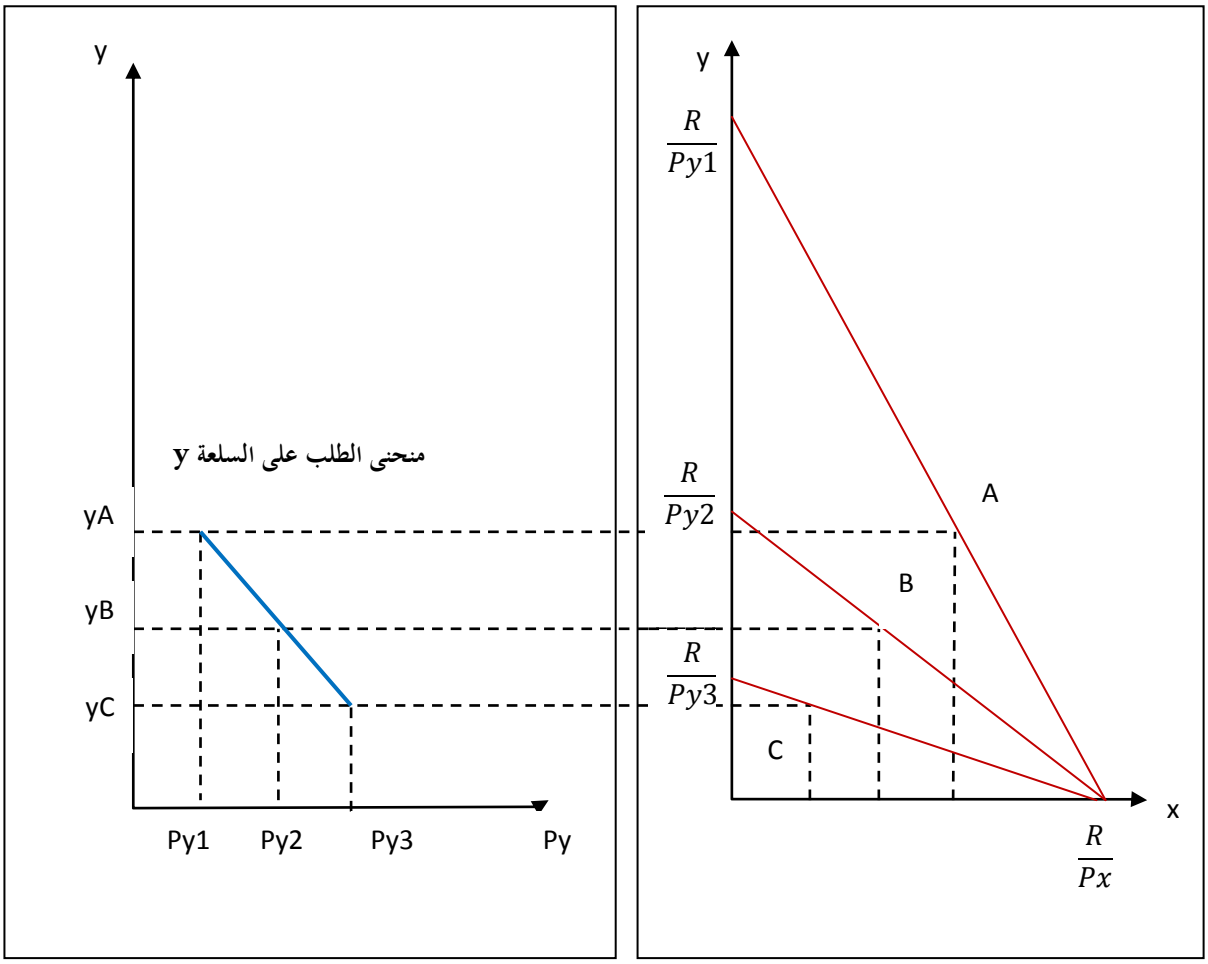
*** منحنى الطلب:**

يبين منحنى الطلب العلاقة بين الكمية من السلعة ما وسعرها، عندما يكون المتغير الوحيد هو السعر مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة، وتكون هذه العلاقة عكسية مما يدل على أن ميل منحنى الطلب سالب (منحنى متناقص).

[ عند اشتقاق منحنى الطلب على السلعة x نقوم بإسقاط كميات التوازن للسلعة x على محور الفواصل حيث تكون العلاقة عكسية بين السعر والكمية، والعكس بالنسبة لPy ].


y
منحنى استهلاك–سعر
$\frac{R}{Py}$
C (I)
B(II)
A(III)
$\frac{R}{Px1}$
$\frac{R}{Px2}$
$\frac{R}{Px3}$
x
Px
$Px_3$
$Px_2$
$Px_1$
منحنى الطلب للسلعة
$x_C$
$x_B$
$x_A$
x

✓ **<u>إذا تغير Py</u>** : مع بقاء R و Px ثوابت



# الفصل الثاني: سلوك المنتج

**مقدمة:**

الإنتاج هو عملية تحويل مختلف عناصر الإنتاج (الأرض، العمل، رأس المال، التنظيم) إلى سلع و خدمات يكون المستهلك على استعداد لدفع ثمنها. و هدف كل منتج من عملية الإنتاج هو تحقيق أقصى ربح ممكن، و يكون ذلك إما بتحقيق أقصى إنتاج عند تكلفة محددة أو إنتاج كمية محددة بأقل تكلفة ممكنة.

**1. عناصر الإنتاج:**

هي الموارد الإقتصادية التي يستخدمها المنتج في عملية الإنتاج و هي:

**1.1 الأرض:** يقصد بالأرض الموارد المستمدة من الطبيعة و التي تستخدم في عمليات الإنتاج. أي أنها تشمل سطح الأرض و ما تشتمل عليه الأرض من معادن و ثروات معدنية و موارد مياه و غيرها من الموارد الطبيعية التي تستخدم في إنتاج السلع و الخدمات التي تشبع حاجات الإنسان.

**2.1 العمل:** يمثل عنصر العمل خدمات الأيدي العاملة التي تسهم في انتاج السلع و الخدمات. و قد يكون العمل جسماني يعتمد أساسا على المجهود العضلي للإنسان. أو ذهني يعتمد على المجهود العقلي للإنسان أساسا. هذا و يؤخذ في الإعتبار عند دراسة عنصر العمل ناحيتين: الناحية النوعية و الناحية الكمية. حيث تتمثل الناحية النوعية للعمل في اختلاف درجة مهارة العمال و انتاجيتهم، و التي تتوقف بدورها على الصفات الوراثية و المكتسبة للعامل، و درجة الثقافة و حرية اختيار المهنة و غير ذلك مما يؤثر على حجم و كفاءة الإنتاج. أما عن الناحية الكمية فتتمثل في حجم القوة العاملة أو عدد المشتغلين في سوق العمل و التي تتحدد بعدد السكان و توزيعهم حسب العمر و الجنس.

**3.1 رأس المال:** هو العنصر الذي يصنعه الإنسان ليساعده في عملية الإنتاج و يشمل الآلات و المعدات و المواد التي يصنعها الإنسان لتزيد قدرته على الإنتاج. و يلاحظ أن النقود أو رأس المال النقدي هو مجرد وسيلة للحصول على رأس المال العيني أو الحقيقي، و المتمثل في الآلات و المعدات و المواد اللازمة للإنتاج. و على مستوى المنشأة أو المشروع يمكن التفرقة بين نوعين أساسيين من عنصر رأس المال هما:

**1.3.1 رأس المال الثابت**: و هو ما يستفاد منه لفترة طويلة و لا يفنى بمجرد الإستخدام، علما بأن قيمته لا تدخل بأكملها في حساب تكاليف الإنتاج و إنما توزع على طول الفترة الإنتاجية مثل: الآلات و المباني.

**2.3.1 رأس المال المتداول**: و هو ما يستهلك بمجرد الإستعمال مثل: المواد الأولية و السلع الغير تامة الصنع. و تدخل قيمته بأكملها في حساب تكاليف الإنتاج.

**4.1 التنظيم:** يقصد يالتنظيم خدمات المنظمين أو أصحاب المشروعات الذين يقومون بإدارة و تنظيم المشروع و يقومون بعملية التأليف بين عناصر الإنتاج الأخرى الرئيسية و هي الأرض و العمل و رأس المال لإنتاج السلع و الخدمات، و يتحملون مخاطر الإنتاج و مسؤولية اتخاذ القرارات في الإنتاج. و قد يحققون ربحا أو خسارة. و نظرا لاختلاف طبيعة عمل المنظمين عن طبيعة عمل الأيدي العاملة الأجيرة فقد تم فصل عنصر التنظيم عن عنصر العمل، و اعتبر عنصرا مستقلا من عناصر الإنتاج.

2. **دالة الإنتاج:**

من أجل تحقيق أي شيء لابد من طريقة أو خطة نتبعها، فالصيدلي إذا أراد تحضير دواء لابد له من وصفة تحدد له العقاقير التي يستعملها والمقادير اللازمة لكل منها، وتحدد له الترتيب الذي يتم به خلط هذه العقاقير ودرجة الحرارة دون أن ننسى الأدوات التي سيستعملها... إلى غير ذلك من الفنيات التي يكون الصيادلة أدرى بها. هذه الوصفة هي بمثابة دالة الإنتاج لأنها هي التي تعطينا المنتوج الذي هو الدواء. و كل منتج كما هو شأن الصيدلي لابد له من دالة الإنتاج. الصيدلي عندما يحضر الدواء يستعمل جهده العضلي والفكري زيادة على مواد أولية متمثلة في العقاقير و أدوات مختلفة. هذه الوسائل هي ما نسميه العمل ورأس المال بشكل عام.

فالمنتج لابد له من عوامل أو عناصر إنتاج ومن طريقة أو وصفة بموجبها يستعمل هذه العناصر حتى يحقق هدفه الإنتاجي، الكمية المستعملة من عناصر الإنتاج هي التي تحدد كمية المنتوج.

نكتب دالة الإنتاج كالتالي: $Q=f(K,L)$

حيث:

**K** : رأس المال.

**L** : اليد العاملة.

**Q** : كمية الإنتاج.

ونقرأ أن الكمية المنتجة **Q** تتغير بدلالة عناصر الإنتاج **K** و **L** .

إذا افترضنا أنه لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$Q=f(K,L)=K\times L=18$$

وأن هذا الإنتاج إنتاجا فلاحيا بحيث نستعمل العمل **L** وأن الأرض هي رأس المال الوحيد **K** .

لتحقيق هذا الهدف هناك عدة طرق أو تركيبات لعناصر الإنتاج المستعملة، ندرجها في الجدول الآتي:

| Q | L | K | |
|---|---|---|---|
| 18 | 18 | 1 | **A** |
| 18 | 9 | 2 | **B** |
| 18 | 6 | 3 | **C** |
| 18 | 3 | 6 | **D** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 18 | 2 | 9 | **E** |
| 18 | 1 | 18 | **F** |

في الطريقة أو التركيبة الأولى نستعمل وحدة من الأرض مع 18 وحدة من العمل، وفي التركيبة الأخير نستعمل 18 وحدة من الأرض مع وحدة من رأس المال.

الاختيار العقلاني يحتم علينا أن تختار الطريقة التي تكون أقل تكلفة فيما يتعلق بعناصر الإنتاج.

في دراسة دالة الإنتاج يجب أن نفرق بين المدى الطويل والمدى القصير. في المدى الطويل نعتبر أن كل عناصر الإنتاج قابلة للتغيير فالعمل قد تتغير و كذلك رأس المال، أما في المدى القصير فلا يمكن لرأس المال أن يتغير ويكون العمل هو المتغير الوحيد. يكون من الصعب جدا التسليم بتغيير رأس المال في المدى القصير نظرا للتكاليف المرتفعة الناجمة عن ذلك. إذن في المدى القصير نعتبر أن العمل هو المتغير الوحيد.

**1.2 دالة الإنتاج في المدى القصير:**

تعتمد دالة الإنتاج في المدى القصير على تغير إحدى عوامل الإنتاج مع ضرورة ثبات العوامل الأخرى. و في هذا السياق نعتبر أن العامل الإنتاجي الشائع تغيره في المدى القصير هو عامل العمل، أما عامل رأس المال فنعتبره ثابت. و نكتب دالة الإنتاج في المدى القصير كما يلي:

$$Q = f(\overline{K}, L)$$

### 1.1.2 الإنتاجية الكلية:

قلنا أننا نعتبر أن العمل هو المتغير الوحيد في المدى القصير، ونكتب إذا دالة الإنتاج بدلالة العمل فقط على الشكل التالي:

$$Q= f(\overline{K},L) = f(L)$$

حيث:

$Q$ : حجم الإنتاج

$\overline{K}$ : رأس المال الثابت

$L$ : المتغير.

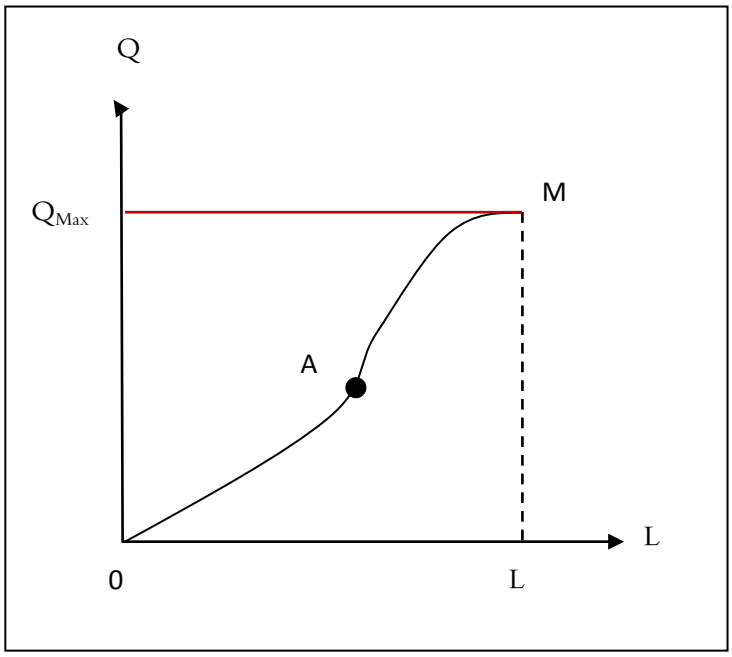
بما أن المتغير $L$ يجب أن يكون قيمة موجبة تكون هذه الدالة بشكل عام متزايدة، تمر دالة الإنتاج بمرحلة أولى تكون فيها وتيرة الزيادة كبيرة، ثم تمر بنقطة انعطاف حيث تتغير وتيرة الزيادة و تتباطأ إلى أن تبلغ دالة الإنتاج ذروتها. بعد الذروة لابد للدالة أن تتناقص. يمكن تفسير هذه المراحل بقانون تناقص الغلة الذي اكتشفه **Turgot** أحد الطبيعيين فيما يتعلق بالأرض كعنصر إنتاج والذي عممه الكلاسيكيون الجدد إلى عناصر الإنتاج الأخرى.

إذا أخذنا على سبيل المثال دالة تعبر عن الإنتاج الفلاحي حيث نستعمل كمية ثابتة من الأرض (تكون الأرض كما شرحناه في المثال السابق هي الرأس المال الوحيد الذي نستعمله في الإنتاج) مع عدد عمال متغير، إذا أردنا زيادة الإنتاج وبما العمل هو المتغير الوحيد فعلينا بزيادة وحدات متتالية من العمل.

السؤال الذي يطرح هو إلى أي مدى يمكننا زيادة عدد العمال بما أن قطعة الأرض التي يشتغلون فيها ثابتة أي محدودة من ناحية المساحة، بالضرورة هناك حد يجب الوقوف عنده لأن هذه المساحة المحدودة لا يمكن أن تستوعب عدد لا متناهيا من العمال.

في مرحلة أولى يرتفع الإنتاج بوتيرة سريعة لأن عنصر الإنتاج الثابت أي الأرض متوفر بشكل يمكنه من استيعاب الوحدات الإضافية من العنصر المتغير أي العمل، لكن كلما زاد عدد العمال كلما زاد اكتظاظهم في مساحة الأرض، و كلما نقصت حصة كل عامل من الأرض وهنا تبدأ وتيرة زيادة الإنتاج تتناقص، و هو ما يتزامن مع بلوغ النقطة A التي تمثل نقطة انعطاف بالنسبة لدالة الإنتاج. فإذا بقي العنصر الثابت ثابتا فعلا والمتغير دائما في زيادة، فإن وتيرة زيادة الإنتاج تكون دائما في تناقص (رغم الزيادة في الحجم الكلي للإنتاج) إلى أن تبلغ دالة الإنتاج ذروتها في النقطة **M** ، ويكون حجم الإنتاج الأعظم هو $Q_{Max}$ باستعمال كمية العمل $L_0$ . بعد هذا حجم الإنتاج الكلي سيتناقص.

هذا ما يبينه الشكل البياني التالي:




### 2.1.2 الإنتاجية الحدية:

و تمثل زيادة الإنتاج على زيادة عنصر الإنتاج المستعمل. في حالة العمل نكتب رياضيا:

$$Pmg_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

تعبر هذه الإنتاجية عن إنتاجية الوحدة الإضافية من العمل. عندما تكون دالة الإنتاج معرفة قابلة للاشتقاق فإن الإنتاجية الحدية للعمل تكتب:

$$Pmg_L = \lim_{\Delta L} \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{dQ}{dL}$$

و تكون الإنتاجية الحدية للعمل هي مشتقة الإنتاجية الكلية.

### 3.1.2 الإنتاجية المتوسطة:

تعبر عن نسبة الإنتاج الكلي إلى الكمية المستعملة من عناصر الإنتاج. في دالة استعمال العمل نكتبها رياضيا على الشكل الآتي:

$$PML = \frac{Q}{L}$$

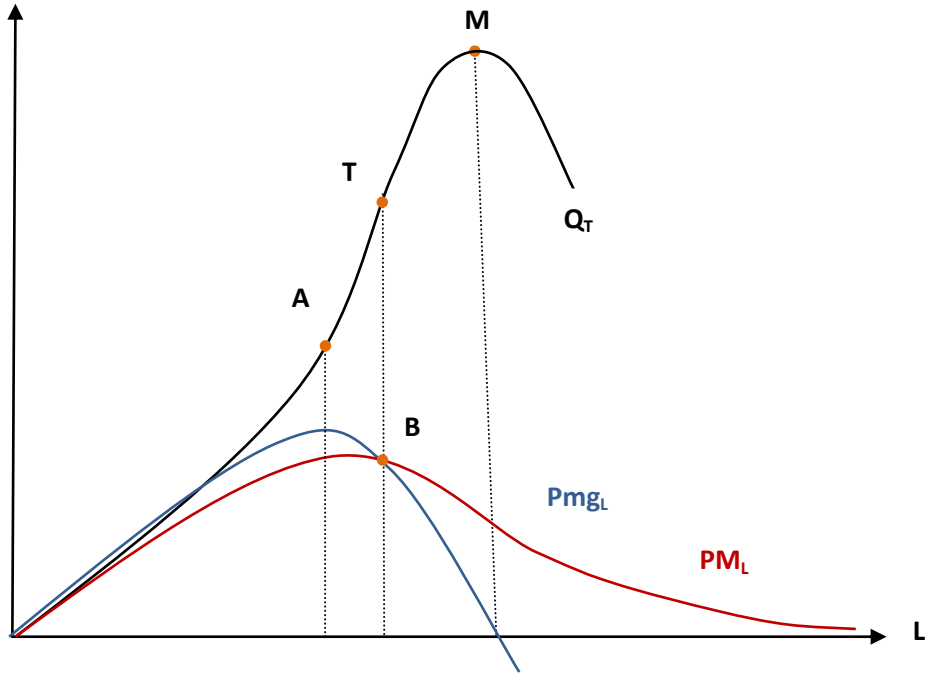
حيث:

Q : كمية الإنتاج

L : كمية العمل

على عكس الإنتاجية الحدية التي تعبر عن الإنتاجية للوحدة الإضافية فإن الإنتاجية المتوسطة تعبر عن إنتاجية أي وحدة من وحدات عنصر الإنتاج.

إذا مثلنا بيانيا الإنتاجية الكلية، الإنتاجية الحدية والإنتاجية المتوسطة نحصل على الرسم البياني الآتي:




يقسم الرسم البياني إلى 3 مراحل:

***المرحلة الأولى:** تقع هذه المرحلة قبل النقطة A التي تمثل نقطة انعطاف. تكون الإنتاجية الكلية متزايدة بوتيرة سريعة. الإنتاجية الحدية تتزايد وتبلغ ذروتها في نهاية هذه المرحلة وهذا معناه أن مشتقتها تساوي 0، ومشتقتها هي المشتقة الثانية للإنتاجية الكلية، ويدل هذا على أنه هذه الأخيرة في نقطة انعطاف. أما الإنتاجية المتوسطة فإنها متزايدة.

تعبر اقتصاديا نقطة الانعطاف عن تغيير مردود الحجم الذي يكون في البداية متزايدا ثم يتناقص كلما تغيرت تركيبة عناصر الإنتاج بزيادة العنصر المتغير بالنسبة للعنصر الثابت.

***المرحلة الثانية:** من نقطة الانعطاف A إلى الذروة في النقطة M ، في هذه المرحلة الإنتاجية الكلية تتزايد دائما لكن بوتيرة بطيئة وتبلغ ذروتها في نهاية المرحلة. الإنتاجية الحدية تتناقص و تنعدم عندما تبلغ الإنتاجية الكلية ذروتها لأن الحدية هي مشتقة الكلية.

الإنتاجية المتوسطة تتزايد ثم تبلغ ذروتها وتتقاطع مع الإنتاجية الحدية في نقطة الذروة بالذات أي في النقطة B ، هذا النقطة تطابق في الإنتاجية الكلية انفراج أكبر ظل في النقطة T . بعد هذه النقطة تتباطأ وتيرة زيادة الإنتاجية الكلية أكثر إلى أن تنعدم في الذروة.

***المرحلة الثالثة:** بعد أن تبلغ الإنتاجية الكلية ذروتها أي بعد M يبدأ حجم الإنتاج في التناقص ونلاحظ أن الإنتاجية الحدية تصبح سالبة و هذا معناه أن الزيادة في وحدات العمل لن تضيف شيئا في الإنتاجية الكلية، من البديهي أن هذا الخيار غير مرغوب فيه من الناحية الاقتصادية.

إذا استقر المنتج في المرحلة الأولى فإن المنتج يضع شرطا وهو زيادة عنصر الإنتاج شريطة أن تكون الإنتاجية الحدية المتزايدة. إذا بلغ نقطة الانعطاف التي تعبر عن الإنتاجية الحدية العظمى، فإنه لا يمكنه زيادة عنصر الإنتاج لأنه يكون قد بلغ أكبر كمية يمكنه استعمالها من هذا العنصر. إذا زاد عن هذا الحد يكون قد خرق الشرط الذي وضعه لأن الإنتاجية الحدية ستصبح متزايدة. في هذه المرحلة لا يمكن للمنتج زيادة حجم الإنتاج و توسيع المشروع، و هذا غير مرغوب فيه اقتصاديا لأن كل المشاريع تأمل في توسيع حجم وزيادة الإنتاج.

استقرار المنتج في المرحلة الثالثة غير وارد إطلاقا لأن حجم الإنتاج متناقص ناهيك عن الإنتاجية الحدية السالبة التي لا معنى لها اقتصاديا.

تبقى إذا إمكانية استقراره في المرحلة الثانية، تنقسم هذه المرحلة إلى فترتين، الأولى عندما تكون الإنتاجية الحدية أكبر من الإنتاجية المتوسطة وهذا معناه أن المنتج لن يرضى بزيادة عنصر الإنتاج إلا إذا كانت الإنتاجية الحدية للوحدة الإضافية من عنصر الإنتاج أكبر من الإنتاجية المتوسطة التي هي إنتاجية، أي وحدة من عناصر الإنتاج.

إن المنتج لن يتمكن من زيادة حجم الإنتاج باستغلال كل الفرص المتاحة بزيادة عناصر الإنتاج، أما في الفترة التي تكون فيها الإنتاجية الحدية أقل من الإنتاجية المتوسطة، فإن المنتج يمكنه زيادة عناصر الإنتاج إلى أقصى حد ممكن، أي إلى حد الإنتاج الأعظم والذي يكون عندما تكون الإنتاجية الحدية تساوي 0.

للملاحظة نستعمل هذا التحليل لدراسة طلب المؤسسات الإنتاجية على عناصر الإنتاج عندما نتطرق إلى توازن سوق عناصر الإنتاج، تسمى هذه المرحلة التي تكون فيها الإنتاجية الحدية متناقصة بالمرحلة الاقتصادية و تناسب توسع المشروع إلى أقصى حد. و الحد الأقصى لا يبلغه أي مشروع، لأن كل شيء إذ ما تم تقصان.

قلنا أن الإنتاجية الحدية تقطع الإنتاجية المتوسطة الكلية عندما تكون هذه الأخيرة في ذروتها. هذا معناه أن مشتقة هذه الأخيرة بالنسبة للعمل يجب أن تساوي 0 أي:

$$MaxPM_L \Leftrightarrow \frac{dPM_L}{dL} = 0$$

أي:

$$\left(\frac{Q}{L}\right)' = 0 \Rightarrow \frac{Q'L - Q}{L^2} = 0$$

ومنه:

$$Q'_L = \frac{Q}{L}$$

أي الإنتاجية الحدية $Q'_L$ تساوي الإنتاجية المتوسطة الكلية $\frac{Q}{L}$.

أن ظل منحنى الإنتاجية الكلية في النقطة T يساوي $\frac{Q}{L}$ (أي المقابل على المجاور)، وهي الإنتاجية المتوسطة وهذا الظل يكون في أقصى انفراجه عندما يكون $\frac{Q}{L}$ في أقصاه، وهو ما برهنا عنه سابقا أي أن أكبر انفراج الظل يكون عندما يكون $\frac{Q}{L} = Q'_L$.

## 2.2 دالة الإنتاج في المدى الطويل:

### 1.2.2 منحنى الناتج المتساوي:

في المدى الطويل فإن عناصر الإنتاج تتغير كلها إذ باستطاعة المنتج تغيير كل من العمل و رأس المال، بل يصبح هذا التغيير ضرورة ملحة حتى تواكب المؤسسة التطورات التكنولوجية والتنظيمية الجارية في محيطها، وإلا فإن المنافسة تداهمها وتقضي عليها عاجلا أم آجلا.

في المدى الطويل نكتب دالة الإنتاج بدلالة المتغيرين **K** و **L** :

$$Q=f(K,L)$$

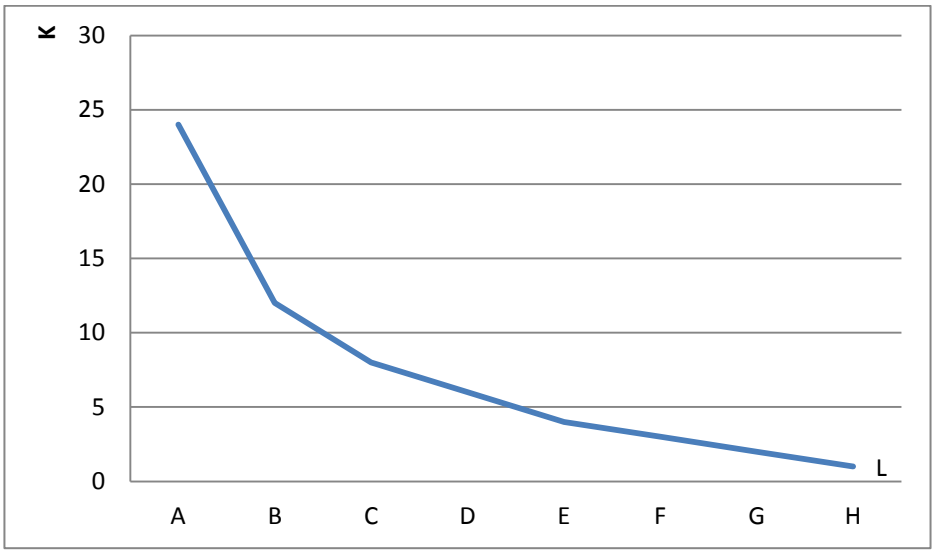
فإذا عرفناها كما يلي:

$$Q= f(K,L) = K*L=24$$

يكون لدينا عدة طرق أو تركيبات من أجل تحقيق هذا الهدف الإنتاجي، ندرجها في الجدول اللاحق:

| Q | L | K | |
|---|---|---|---|
| 24 | 24 | 1 | **A** |
| 24 | 12 | 2 | **B** |
| 24 | 8 | 3 | **C** |
| 24 | 6 | 4 | **D** |
| 24 | 4 | 6 | **E** |
| 24 | 3 | 8 | **F** |
| 24 | 2 | 12 | **G** |
| 24 | 1 | 24 | **H** |

باستطاعة المنتج أن يستعمل وحدة من رأس المال مع 24 وحدة من العمل أو العكس، وكل التركيبات الموجودة في الجدول تعطيه نفس الإنتاج، فإذا مررنا منحنى بهذه النقاط التي تعطينا نفس الكمية المنتجة نحصل على منحنى الناتج المتساوي.




و من خصائص منحنيات الناتج المتساوي:

- ✓ منحنى الناتج المتساوي ينحدر من أعلى إلى أسفل جهة اليمين، و محدب ناحية نقطة الأصل. مما يعني أنه كلما زاد عدد وحدات عنصر واحد من عناصر الإنتاج نقص وحدات العنصر الآخر.
- ✓ يسمى الرسم البياني الذي يحوي عدد من منحنيات تساوي الإنتاجية خريطة منحنيات الناتج المتساوي. في هذه الخريطة كلما كان المنحنى إلى أعلى ناحية اليمين كلما كانت الإنتاجية أكبر و العكس صحيح.
- ✓ منحنيات الناتج المتساوي لا تتقاطع، لكل منحنى مسار يختلف عن الآخر.
- ✓ يوضح منحنى الناتج المتساوي إمكانية إحلال كمية محددة من عنصر إنتاجي ما مكان عنصر إنتاجي آخر.

### 2.2.2 المعدل الحدي للإحلال التقني:

عندما ننتقل من نقطة إلى أخرى على منحنى الناتج المتساوي فإن تركيبة عناصر النتاج تتغير. إننا نقوم بعملية إحلال عنصر إنتاج مكان عنصر آخر، ويمكننا إذن أن نعرف معدلا حديا للإحلال التقني يكون يساوي:

يعبر هذا المعدل (كما كان الحال بالنسبة للمستهلك) عن الكمية التي يكون المنتج مستعدا للتخلي عنها من عنصر إنتاج مقابل الحصول على كمية إضافية من العنصر الآخر.

نرجع إلى الجدول السابق ونحسب هذا المعدل بين النقطتين C و D :

إذا أراد المنتج أن ينتقل من النقطة D إلى النقطة C يجب عليه أن يتخلى عن وحدة من رأس المال وتعويضها أو إحلالها بوحدتين من العمل. في هذه العملية يجب عليه أن يراعي تكاليف كل من العمل ورأس المال.

المنتج إنما يتخلى عن عنصر الإنتاج الذي يكلفه أكثر ليستبدله بعنصر الإنتاج الذي يكلفه أقل.

عندما تكون دالة الإنتاج معرفة قابلة للاشتقاق، فإن المعدل الحدي للإحلال التقني يساوي:

$$\mathbf{TMST} = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{dK}{dL}$$

و هي مشتقة رأس المال بالنسبة للعمل.

الدالة التي نستنتجها من الجدول السابق هي:

$Q = f(K,L) = K*L = 24$

نريد حساب المعدل الحدي للإحلال التقني عندما يكون العمل يساوي 6 وحدات. أولا نكتب رأس المال بدلالة العمل:

$K \times L = 24 \Rightarrow K = \frac{24}{L}$

ثم نسحب المعدل الحدي للإحلال التقني:

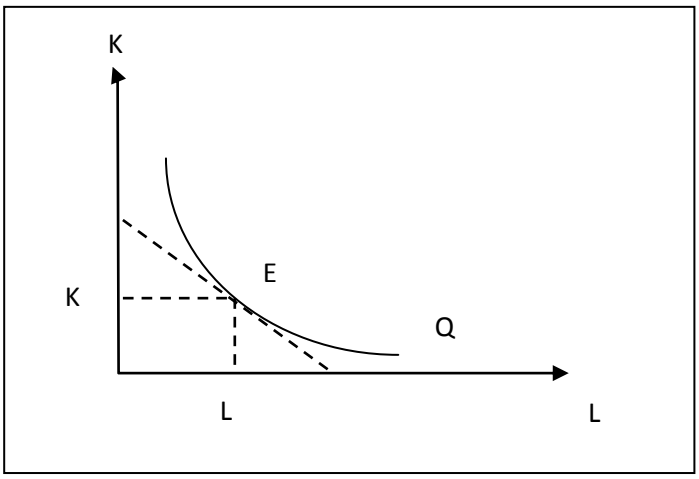
$$\begin{cases} TMST = \frac{dK}{dL} = -\frac{24}{L^2} = -\frac{24}{36} = -0.666 \\ L = 6 \end{cases}$$

**3.2.2 تعظيم الإنتاج:**

الذي يهم المنتج هو البحث عن النقطة التي تمكنه من الإنتاج بأقل كلفة، فهو يتمتع بميزانية يجب أن ينفقها من أجل الحصول على عناصر الإنتاج، ويجب ألا تتعدى ميزانيته كلفة عناصر الإنتاج. إنه يبحث كذلك عن ترشيد الإنفاق كما يفعل المستهلك (لأن المنتج هو المستهلك لعناصر الإنتاج).

لبلوغ هذا الهدف يجب على المنتج أن يبحث عن نقطة التقاطع بين منحنى الناتج المتساوي وخط ميزانيته الذي هو خط التكاليف. يكون هذا التقاطع في نقطة واحدة حتى يعبر عن النقطة العظمى أو المثلى.

بيانيا نحصل على الشكل التالي:




إن تعظيم الإنتاج يعالج رياضيا بنفس الأسلوب الذي تمت به معالجة تعظيم المنفعة، فالمنتج سيختار التركيبة (K,L) التي تكلفه أقل استنادا إلى تكاليف كل من العمل L ورأس المال K . فإذا رمزنا إلى كلفة أو سعر الوحدة من العمل بالرمز $P_L$ ورمزنا إلى كلفة أو سعر الوحدة من رأس المال بالرمز $P_K$ ، فإن الكلفة الإجمالية التي سيدفعها المنتج باستعماله L وحدة من العمل و K من رأس المال هي:

$$CT=K\times P_K+L\times P_L$$

من أجل الحصول على نقاط التوازن أو الكميات المثلى توجد أربعة طرق:

❖ **الطريقة البيانية:**

نعلم أنه عند نقطة التوازن يتقاطع خط التكاليف مع منحنى الناتج المتساوي، أي:

ميل منحنى الناتج المتساوي= ميل خط التكاليف، أي

° **ميل خط التكاليف:**

$$CT = LP_L + KP_K \Rightarrow KP_K = CT - LP_L$$

$$\Rightarrow K = \frac{CT - LP_L}{P_K}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{K = \left(-\frac{P_L}{P_K}\right).L - \frac{CT}{P_K}}$$

وبالتالي ميل خط التكاليف هو: $\boldsymbol{-\frac{P_L}{P_K}}$

**° ميل منحنى الناتج المتساوي:**

الوجود على نفس منحنى السواء يعني:

$$Q = f(L;K) \Rightarrow dQ = 0$$

نفس البرهان على TMST (المعدل الحدي للإحلال التقني)

$$TMST = -\left(\frac{dK}{dL}\right)$$

وبالتالي ميل منحنى السواء هو: $\boldsymbol{\frac{dK}{dL}}$

**❖ طريقة التعويض:**

**° في حالة تعظيم الإنتاج:**

يعني أن الإنتاج مجهول والتكاليف معلومة، في هذه الحالة يبحث المنتج عن تعظيم إنتاجه في حدود تكاليفه، أي:

$$\begin{cases} \text{Max } Q_T = f(L;K) \ldots. (1) \\ \text{s/c } CT = LP_L + KP_K \ldots.(2) \end{cases}$$

نقوم باستخراج L أو K من (2) ونعوضها في (1)

$$(2) \Rightarrow K = \frac{CT}{PK} - \frac{PL}{PK}L$$

نعوض K في (1):

$$\text{Max } Q_T = f\left(L ; \frac{CT}{PK} - \frac{PL}{PK} L\right)$$

***الشرط (1):**

Max $Q_T$ معناه الحد الأعظمي أي بيانيا هي الذروة أو الحد، والذروة رياضيا تعني المشتقة الأولى =0، لذلك نقوم باشتقاق $Q_T \Leftarrow dQ_T=0$ ونقوم باستخراج قيمة L ، بعدها نستخرج K و $Q_T$.

***الشرط (2):**

يجب التحقق من هذا الحد، أي الذروة إذا كانت عظمى أو دنيا، أي يجب أن تكون المشتقة الثانية أصغر من 0 لكي تكون $Q_T$ عظمى، معناه يجب: $d^2Q<0$

**° في حالة تدني الدخل:**

يعني أن التكاليف مجهولة والإنتاج معلوم، في هذه الحالة يبحث المنتج عن تدني تكاليفه في حدود إنتاجه، أي:

$$\begin{cases} \text{Min } CT = LP_L + KP_K \ldots(1) \\ s/c : Q = f(L ; K) \ldots(2) \end{cases}$$

نستخرج L أو K من (2) ثم نعوضها في (1).

***الشرط (1):**

MinCT معناه الحد الأدنى، بيانيا الذروة، رياضيا معناها المشتقة الأولى=0، أي: dCT=0 ونقوم باستخراج L أوK وبعدها نستخرج CT .

***الشرط (2):**

يجب التحقق من هذا الحد أو الذروة إذا كانت عظمى أو دنيا، أي يجب أن تكون المشتقة الثانية أكبر من 0 لكي تكون CT دنيا، معناه يجب أن تكون $d^2CT>0$ .

❖ **طريقة لاغرانج:**

نستخدم في هذه الطريقة دالة تتكون من ثلاث متغيرات: $L, K, \lambda$

تسمى هذه المعادلة بمعادلة لاغرانج حيث:

$\mathcal{L}_{(L,K,\lambda)}$ = دالة الهدف + $\lambda$ (دالة القيد في مجموعها الصفري)

**° في حالة التعظيم:**

$$\begin{cases} \text{Max } Q_T = f(L,K) \\ \\ \text{s/c : } CT = LP_L + KP_K \end{cases}$$

$$\mathcal{L}_{(L,K,\lambda)} = f(L,K) + \lambda(CT - LP_L - KP_K)$$

دالة لاغرانج تقبل حد إذا كانت المشتقات الجزئية الأولى مساوية للصفر أي:

*** <u>الشرط (1):</u>** المشتقات الجزئية الأولى=0

$$\begin{cases} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta L} = 0 \Rightarrow \frac{\delta f(L,K)}{\delta L} - \lambda P_L = 0 \dots (1) \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta K} = 0 \Rightarrow \frac{\delta f(L,K)}{\delta K} - \lambda P_K = 0 \dots (2) \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \lambda} = 0 \Rightarrow CT - LP_L - KP_K = 0 \dots (3) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow Pmg_L - \lambda PL=0 \Rightarrow \lambda=\frac{PmgL}{PL}$$

$$(2) \Rightarrow Pmg_K - \lambda PK=0 \Rightarrow \lambda=\frac{PmgK}{PK}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda=\frac{Pmg_L}{PL}=\frac{Pmg_K}{PK}}$$

**شرط التوازن**

من شرط التوازن نستخرج L أو K و نعوضها في (3)، بعدها نستخرج باقي المجاهيل أي:

L أو K, $Q_T$, $\lambda$ .

***الشرط (2):**

المشتقات الجزئية الثانية تكون أصغر من 0، لذلك يجب حساب المحدد الهيسي $\Delta$ ، إذا كان $\Delta < 0$ ،فإن المشتقات الجزئية الثانية $> 0$

$$\Delta= \begin{vmatrix} \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L^2} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L \delta K} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L \delta K} \\ \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L \delta K} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta K^2} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta K \delta \lambda} \\ \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta \lambda \delta L} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta \lambda \delta K} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta \lambda^2} \end{vmatrix} \begin{matrix} \Leftarrow \text{اشتقاق (1)} \\ \Leftarrow \text{اشتقاق (2)} \\ \Leftarrow \text{اشتقاق (3)} \end{matrix}$$

$$\Delta= \begin{vmatrix} \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L^2} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L \delta K} & -PL \\ \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L \delta K} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta K^2} & -PK \\ -PL & -PK & 0 \end{vmatrix}$$

° في حالة التدني:

$$\begin{cases} \text{Min } CT = LP_L + KP_K \\ s/c : Q_T = f(L;K) \end{cases}$$

$$\mathcal{L}_{(L,K,\lambda)} = LP_L + KP_K + \lambda(Q_T - f(L,K))$$

**الشرط (1):**

$$\begin{cases} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta L} = 0 \Rightarrow PL - \lambda \frac{\delta f(L,K)}{\delta L} = \cdots (1) \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta K} = 0 \Rightarrow PK - \lambda \frac{\delta f(L,K)}{\delta K} = \cdots (2) \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \lambda} = 0 \Rightarrow Q - f(L,K) = 0 \ldots (3) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow \lambda = \frac{PL}{\frac{\delta f(L,K)}{\delta L}} \Rightarrow \lambda = \frac{PL}{Pmg_L}$$

$$(2) \Rightarrow \lambda = \frac{PK}{\frac{\delta f(L,K)}{\delta K}} \Rightarrow \lambda = \frac{PK}{Pmg_K}$$

$$\lambda = \frac{Pmg_L}{PL} = \frac{Pmg_K}{PK}$$

شرط التوازن

من شرط التوازن نستخرج L أو K ونعوضها في (3)، بعدها نستخرج باقي المجاهيل:

L أو K، $\lambda$، CT.

***الشرط (2):**

المشتقات الجزئية الثانية يجب أن تكون أكبر من 0، لذا يجب أن يكون المحدد الهيسي أصغر من 0، أي: $\Delta < 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L^2} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L \delta K} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L \delta K} \\ \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L \delta K} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta K^2} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta K \delta \lambda} \\ \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta \lambda \delta L} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta \lambda \delta K} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta \lambda^2} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L^2} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L \delta K} & -Pmg_L \\ \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta L \delta K} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta K^2} & -Pmg_K \\ -Pmg_L & -Pmg_K & 0 \end{vmatrix}$$

**مثال:**

إذا كان سعر الوحدة من العمل يساوي 15 وحدة نقدية وكان سعر الوحدة من رأس المال يساوي 10 وحدات نقدية يمكننا كتابة الجدول السابق كما يلي:

| CT | Q | L | K | |
|---|---|---|---|---|
| 360 | 24 | 24 | 1 | **A** |
| 200 | 24 | 12 | 2 | **B** |
| 150 | 24 | 8 | 3 | **C** |
| 130 | 24 | 6 | 4 | **D** |
| 120 | 24 | 4 | 6 | **E** |
| 125 | 24 | 3 | 8 | **F** |
| 150 | 24 | 2 | 12 | **G** |
| 255 | 24 | 1 | 24 | **H** |

التركيبة التي تحقق أقل تكلفة هي النقطة ( E (4,6 ، وهي التي سيختارها المنتج، ستكلفه هذه التركيبة 120 وحدة نقدية.

يمكننا أن نعكس المسألة ونبحث عن تعظيم الإنتاج كما بحثنا عن تعظيم منفعة المستهلك:

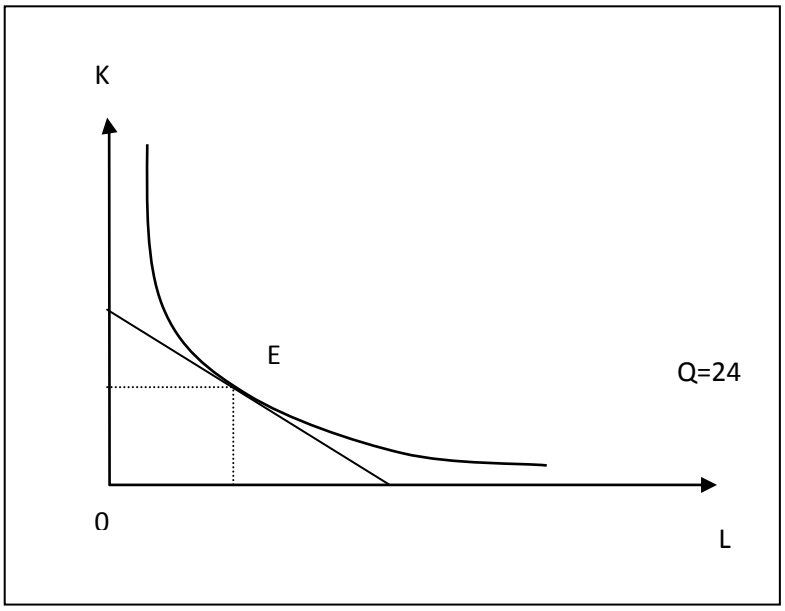
المنتج لديه دالتي الإنتاج والتكاليف التاليتين:

$Q= f(K;L) = K \times L = 24$ ...(1)

$120=10K + 15$ ...(2)

**أولا:الحل البياني**

نرسم دالة الإنتاج المعبر عنها بمنحنى الناتج المتساوي ودالة التكاليف نحصل على الشكل البياني التالي:



**ثانيا: حل جملة المعادلتين:**

$$\begin{cases} Q= K\times L=24...(1) \\ 120= 10K+15L...(2) \end{cases}$$

نستنتج قيمة K من المعادلة (1) ونعوضها في المعادلة (2) فنجد:

$$15L^2+120L+240=0$$

نجد $\Delta=0$ ومنه:

$$\begin{cases} \mathbf{L=4} \\ \mathbf{K=6} \end{cases}$$

**ثالثا: طريقة LAGARANGE**

يكون لدينا:

$$\begin{cases} Max\ Q= f(K,L) \\ CT= L\ P_L+K\times P_K \end{cases}$$

ونحولها إلى دالة LAGARANGE فيصبح لدينا:

$$\mathcal{L} = Q+\lambda(CT-KP_K+LP_L)$$

نشتق هذه الدالة بالنسبة لكل من L,K و $\lambda$ :

$$\begin{cases} \frac{d\mathcal{L}}{dK} = Q'_K - \lambda P_K = 0 \dots (1) \\ \frac{d\mathcal{L}}{dL} = Q'_L - \lambda P_L = 0 \dots (2) \\ \frac{d\mathcal{L}}{d\lambda} = CT - KP_K - LP_L = 0 \dots (3) \end{cases}$$

من المعادلتين الأولى والثانية نستنتج أن:

ونعلم أن ميل خط التكاليف يساوي نسبة الأسعار ويساوي المعدل الحدي للإحلال التقني، ونستنتج فعلنا بالنسبة للمستهلك أن:

$$\frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{dK}{dL} = TMST$$

عند نقطة توازن المنتج فإن نسب الإنتاجيات الحدية لعناصر الإنتاج تتساوى مع نسب أسعار هذه العناصر مع المعدل الحدي للإحلال التقني. تكون هذه النقطة هي النقطة المثلى، وتعبر عن توازن المنتج.

من المثال السابق، لدينا:

$$\frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{K}{L} = \frac{15}{10}$$

ومنه:

$$K = \frac{3}{2}L$$

هذه المعادلة تعبر عن شرط التوازن الفعلي، نستعين بمعادلة خط التكاليف حيث نعوض K بدلالة L :

$$120 = 10 \times \frac{3}{2}L + 15L$$

وبالتالي نجد:

$$(\boldsymbol{L}, \boldsymbol{K}) = (\mathbf{4}, \mathbf{6})$$

وهي القيم التي وجدناها سابقاً.

**4.2.2 معادلة Euler:**

عندما يكون لدينا دالة إنتاج في المدى الطويل يمكننا حساب الإنتاجية الحدية لكل عنصر من عناصر الإنتاج أو حساب الإنتاجية الحدية الإجمالية حسب القواعد الرياضية المعروفة لاشتقاق الدوال الرياضية ذات متغيرات عديدة.

معادلة Euler تعطينا العلاقة بين كل من الإنتاجية العينية الكلية والإنتاجيات الحدية لعناصر الإنتاج.

إذا كان لدينا دالة الإنتاج:

$$Q = f(K, L)$$

نكتب هذه المعادلة على الشكل التالي:

$$K \times f'_K(K,L) + L \times f'_L(K,L) = k \times f(K,L)$$

إن الكمية $f'_K(K,L)$ تعبر عن الإنتاجية الحدية لوحدة من رأس المال و K يعبر عن عدد الوحدات المستعملة من رأس المال و يكون الجداء $K \times f'_K(K,L)$ هو الإنتاجية الحدية لكل وحدات رأس المال، ويعبر عن مساهمة رأس المال في رفع الإنتاجية الكلية أي حجم الإنتاج.

يكون نفس الشيء بالنسبة للعمل فيمثل الجداء $L \times f'_L(K,L)$ مساهمة العمل في رفع الإنتاجية الكلية.

<u>مثال:</u>

ليكن لدينا دالة الإنتاج:

$$Q = f(K,L) = K^2 + K \times L + L^2$$

نكتب معادلة Euler كالتالي:

$$K \times (2K+L) + L \times (K+2L) = k \times (K^2 + KL + L^2)$$

ننشر هذه المعادلة:

$$2K^2+KL+LK+2L^2= 2(K^2+KL+L^2)$$

نجد أن:

**k=2**

يعبر هذا المعامل عن درجة تجانس الدالة ويعني أن حجم الإنتاج الكلي تضاعف نظرا لزيادة الإنتاجية الحدية لكل من العنصرين K و L ويمكن حساب مساهمة كل عنصر في زيادة الإنتاج الكلي.

لمعرفة مساهمة كل من العمل ورأس المال نفترض أننا نستعمل 10 وحدات من العمل و 5 وحدات من رأس المال.

يكون لدينا إذا:

$$5\times[(2\times5)+10]+10[5+(2\times10)]= 2[5^2+(5\times10)+10^2]$$

عندما نحسب نجد:

$$100+250=350$$

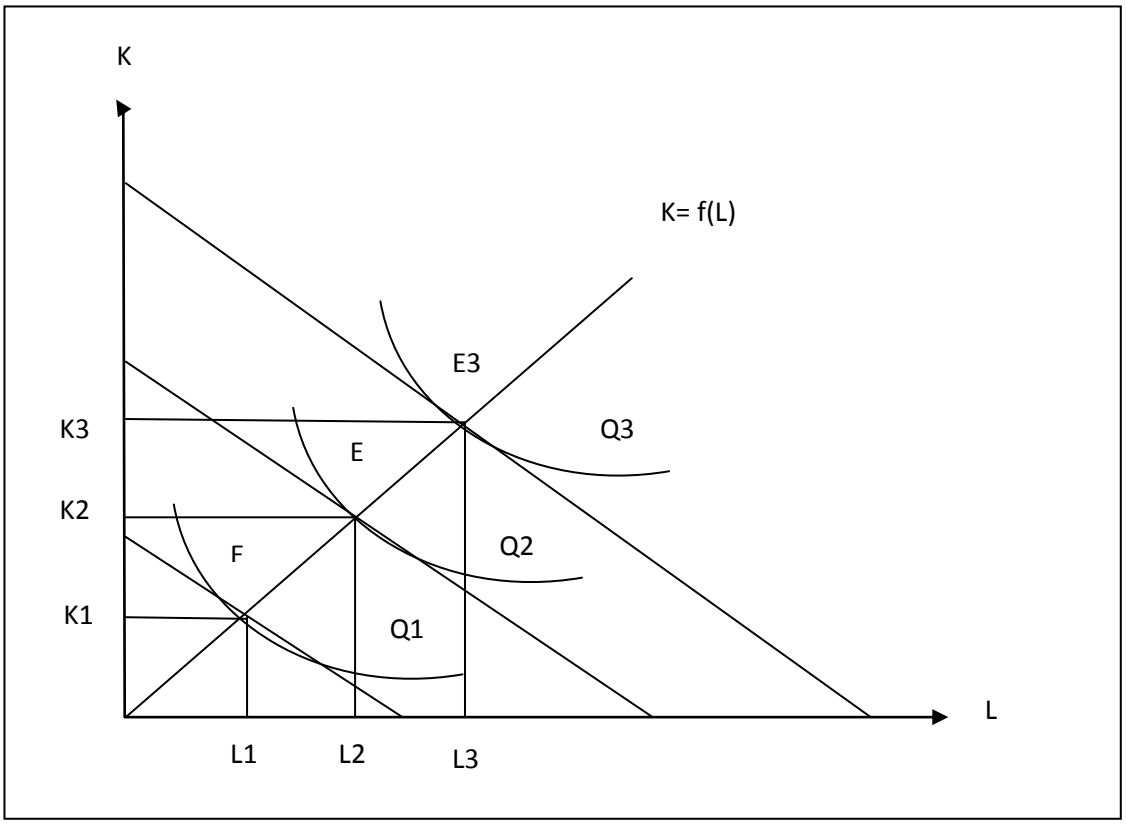
بمعنى أن رأس المال ساهم بـ 100 وحدة والعمل بـ 250 وحدة في الإنتاج الإجمالي الذي بلغ حجمه 350 وحدة.

يتضح من هذا أن العمل أكثر إنتاجية من رأس المال وقد يكون هذا مفيدا بالنسبة لصاحب المشروع إذ ما أراد زيادة عناصر الإنتاج أو تعويض أحدها بالآخر إلى غير ذلك.

**5.2.2 مسار توسع المؤسسة sentier d'expansion:**

لكي نفكر في توسع المؤسسة يشترط أن نكون قد حققنا التوازن في حجم إنتاج معين، ثم نريد بلوغ حجم إنتاج أكبر ونوسع المشروع. فلا يعقل أن تفكر مؤسسة في التوسع وزيادة حجم إنتاجها وهي لم تحقق بعد التوازن في حجمها الحالي.

عندما نريد زيادة حجم الإنتاج فإننا نزيد من استعمال عناصر الإنتاج، نفترض أن تكاليف عناصر الإنتاج أي أسعارها ثابتة وأن التكاليف الكلية هي التي تتغير تبعا لتغير الكمية المستعملة من عناصر الإنتاج، سنحصل على مجموعة من خطوط التكاليف تكون متوازية لأن أسعار عناصر الإنتاج لم تتغير (أي أن الميل يبقى ثابتا)، تتقاطع خطوط التكاليف بالضرورة مع مجموعة منحنيات الناتج المتساوي لتحدد مجموعة من نقاط التوازن. العملية شبيهة بما رأيناه عند المستهلك عندما كانت تبقى أسعار المواد المستهلكة ثابتة ويتغير الدخل، المنحنى الذي يمر بنقاط التوازن المختلفة يسمى منحنى مسار توسع المؤسسة وهو شبيه بمنحنى استهلاك-دخل عند المستهلك، وتعبر دالة مسار توسع المؤسسة عن كل النقاط التي تستوفي شرط تعظيم الإنتاج، هذا ما يبينه الرسم البياني الآتي:




إذا كانت لدينا دالة الإنتاج:

Q= $f$(K,L)=K×L

وكانت أسعار رأس المال والعمل على التوالي 5 و 3 وحدات نقدية، فإن شرط تعظيم الإنتاج هو:

$$\frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{3}{5} \dots (1)$$

فإذا كان المنتج يتمتع بميزانية تساوي 60 وحدة نقدية، فإن التكاليف تساوي:

60=5K+3L...(2)

من المعادلتين يتضح أن المنتج يحقق التوازن التالي:

$E_1=(106)$

$Q_1=60$

نفترض أن المنتج يريد زيادة حجم الإنتاج بتوسع المؤسسة، فلابد أن يزيد من استعمال عناصر الإنتاج مما يتطلب زيادة التكاليف الكلية وأن هذه الأخيرة هي 90 وحدة نقدية، مع بقاء أسعار عناصر الإنتاج ثابتة. يتعين إذا التوفيق بين شرط التوازن في المعادلة (1) ودالة التكاليف الجديدة:

$E_2=(15.9)$

$Q_2=135$

فالمنتج يستعمل في هذه المرة 15 وحدة من العمل مع 9 وحدات من رأس المال ويحقق إنتاجا يساوي 135 وحدة.

وينتقل هكذا من نقطة توازن إلى نقطة توازن أخرى على منحنى مسار توسع المؤسسة.

فإن كل النقاط التي تستوفي الشرط: $\frac{K}{L}=\frac{3}{5}$ هي نقاط تعظيم الإنتاج شريطة تحقيق معادلة التكاليف، يكون مسار توسع المؤسسة هو المنحنى الذي يمر بكل هذه النقاط، نعبر عنه بالدالة:

### 6.2.2 الدوال المتجانسة:

نقول أن الدالة Q= $f$ (K,L) دالة متجانسة إذا حققت الشرط التالي:

$$f(tK,tL)=t^{k}\times f(K,L)$$

يمثل العامل k درجة تجانس الدالة ويدل على مردود الحجم، وتعبر عن مرونة الإنتاج بالنسبة لعناصر الإنتاج لأنها في النهاية توضح مدى تأثير تغيير عناصر الإنتاج في الإنتاج الكلي، وقد رأينا أم مثل هذه العلاقة تعبر عن المرونة، وسنبرهن على هذا لاحقا في دالة Cobb-Douglas .

* إذا كان **k < 1** فإن مردود الحجم يكون متناقصا، فإذا تمت زيادة عناصر الإنتاج بكمية معينة t ، فإن حجم الإنتاج لا يزيد إلا بنسبة أقل من t .

* إذا كان **k=1** نقول أم مردود الحجم ثابت بمعنى أنه إذا تم ضرب عناصر الإنتاج في قيمة t ، فإن حجم الإنتاج يتزايد كذلك بنفس المقدار t .

* إذا كان **k > 1** ، فإن حجم الإنتاج يكون متزايدا، إذا تمت زيادة عناصر الإنتاج بالمقدار t ، فإن حجم الإنتاج يزيد بمقدار أكبر من t .

نأخذ المثال الآتي:

$$Q= f(K,L)= K+L$$

هل الدالة متجانسة، ما درجة تجانسها وما هو مردود الحجم؟

$$f(tK,tL)= tK+tL= t(K+L)$$

نستنتج إذا أن k=1 ، تكون درجة تجانس هذه الدالة هي 1. نلاحظ أننا عندما ضربنا عناصر الإنتاج K و L في t فإن الإنتاج الكلي زاد بنفس المقدار t ، يدل على أن مردود الحجم ثابت.

نأخذ مثالا آخر:

$$Q=f(K,L)= K.L$$

نكتب:

$$f(tK,tL)= (tK,tL)= t^2K.L$$

ومنه نستنتج أن درجة التجانس هي k=2 ، وبالتالي فإن مردود الحجم متزايد لأننا ضربنا عناصر الإنتاج K و L في t ، فتزايد الحجم الإجمالي للإنتاج بمقدار $t^2$ .

من أشهر الدوال المتجانسة دالة Cobb-Douglas التي وضعها العالمين الأمريكيين سنة 1930، وتم تحقيقها ميدانيا سنة 1948، وتكتب:

$$Q= A.K^{\alpha}.L^{\beta}$$

ونكتبها بشكل مبسط:

$$Q= K^{\alpha}.L^{\beta}$$

إذا أردنا أن نبرهن أن دالة Coob-Douglad دالة متجانسة نكتب:

$$(tK)^{\alpha}.(tL)^{\beta} = t^{\alpha+\beta}.K^{\alpha}.L^{\beta}$$

و تكون درجة التجانس هي: $\alpha+\beta$

* إذا كان $\boldsymbol{\alpha+\beta < 1}$ يكون مردود الحجم متناقصا.

* إذا كان $\boldsymbol{\alpha+\beta = 1}$ يكون مردود الحجم ثابتا.

* إذا كان $\boldsymbol{\alpha+\beta > 1}$ يكون مردود الحجم متزايدا.

سبق و أن قلنا أن التجانس يدل على مرونة الإنتاج بالنسبة لعناصر الإنتاج، لنبرهن على هذا.

إذا أردنا أن نكتب مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال نكتبها كالتالي:

$$E_{Q/K} = \frac{\Delta Q}{\Delta K} \cdot \frac{K}{Q}$$

نأخذ: $Q = K^{\alpha} L^{\beta}$

ومنه تكون المرونة السابقة هي:

$$E_{Q/K} = \alpha K^{\alpha-1} L^{\beta} \frac{K}{K^{\alpha} L^{\beta}} = \alpha$$

وبنفس الطريقة نجد:

$$E_{Q/L} = \beta K^{\alpha} L^{\beta-1} \frac{L}{K^{\alpha} L^{\beta}}$$

يعبر $\alpha$ عن مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال ويعبر $\beta$ عن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل.

<u>مثال:</u>

$$Q = K^{\frac{1}{3}} L^{\frac{2}{5}}$$

برهن أن هذه الدالة متجانسة وما هي درجة تجانسها:

$$Q = (tK)^{\frac{1}{3}} . (tL)^{\frac{2}{5}} = t^{\frac{1}{3}+\frac{2}{5}} K^{\frac{1}{3}} . L^{\frac{2}{5}}$$

$$Q = t^{\frac{11}{15}} . K^{\frac{1}{3}} . L^{\frac{2}{5}}$$

درجة التجانس هي $\frac{11}{15}$ و هي أقل من 1، وبالتالي فإن مردود الحجم متناقص، بمعنى أن عناصر الإنتاج تم ضربها في القيمة t ، لكن الإنتاج لم يتضاعف بنفس المقدار.

إذا أخذنا على سبيل التوضيح t=2 نكون استعملنا ضعف الكمية التي كنا نستعملها من عناصر الإنتاج، لكن الإنتاج لم ينمو إلا بما يقارب 1.65، أي $2^{\frac{11}{15}}$ فقط، إنه زاد لكن ليس بالضعف كما حصل بالنسبة لعناصر الإنتاج، هذا ما معنى مردود الحجم المتناقص.

# الفصل الثالث: الطلب و العرض

**مقدمة:**

يعتبر العرض و الطلب من أهم أدوات التحليل الإقتصادي انتشارا مهما كان النظام الإقتصادي. فالمستهلك من أجل إشباع حاجاته يجب عليه أن يسعى وراء هذه الحاجة بتوفير السلع اللازمة، لأن الحاجة أو الرغبة هي جزء أساسي من الطلب. و لا بد أن تصاحب هذه الرغبة مقدرة مالية حتى يتكون الطلب لإقتصادي أو الفعال.

أما العرض فهو يعبر عن رغبة و استعداد المنتجين لتزويد السوق بكميات مختلفة من سلعة معينة استجابة لمستويات السعر السائدة في السوق. أي أن العرض يتحقق فقط إذا ما توفرت الرغبة و القدرة معا لدى المنتجين أو الموردين لتزويد السوق بكميات إضافية من سلعة معينة.

## 1. دالة الطلب:

### 1.1 مفهوم دالة الطلب:

- الطلب هو الكمية المستهلكة من سلعة معينة في فترة زمنية معينة على أساس عدة متغيرات أساسها سعر السلعة نفسها، سعر السلع الأخرى، الدخل، ذوق المستهلك.
- أما دالة الطلب فهي عبارة عن طريقة مختصرة للتعبير عن المتغيرات التي تحدد الطلب، أي تبين العلاقة بين الكميات المختلفة من السلعة الممكن شراؤها، والعوامل المحددة لتلك الكميات في أي لحظة من الزمن.

يمكن أن تأخذ دالة الطلب عدة أشكال، أهمها الشكل الخطي البسيط، أي: $\mathbf{Q_D = a - bp}$ حيث:

a : تشير إلى الكمية المطلوبة عندما يكون السعر مساوي للصفر.

b : قيمة ثابتة (ميل) عبارة عن التغير في الكمية المطلوبة نتيجة التغير الحاصل في السعر، وعندها تأخذ b العلاقة السالبة ( b-)، عندها تغير قيمتها عن انحدار دالة الطلب.

p : سعر السلعة.

$Q_D$ : الكمية المطلوبة.

### 2.1 دالة الطلب الفردي:

يمكن التعبير عن دالة الطلب كالآتي:

$$\mathbf{Q_{Dx} = f(P_x ; R ; P_i ; G)}$$

$Q_{Dx}$ : الكمية المطلوبة من x .

$P_x$ : سعر السلعة x .

R : الدخل النقدي.

$P_i$ : سعر السلعة الأخرى.

G : الذوق.

فإذا افترضنا ثبات كل من الدخل، سعر السلعة الأخرى، الذوق، تصبح دالة الطلب كالآتي:

$Q_D = f(P_x ; R ; Pi ; G)$ وبالتالي تأخذ الدالة الشكل المبسط التالي: $Q_D = f(P_x) = a - b\,P_x$

أي أن الكمية المطلوبة من السلعة x في فترة زمنية معينة تعتمد على سعر السلعة مع افتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة.

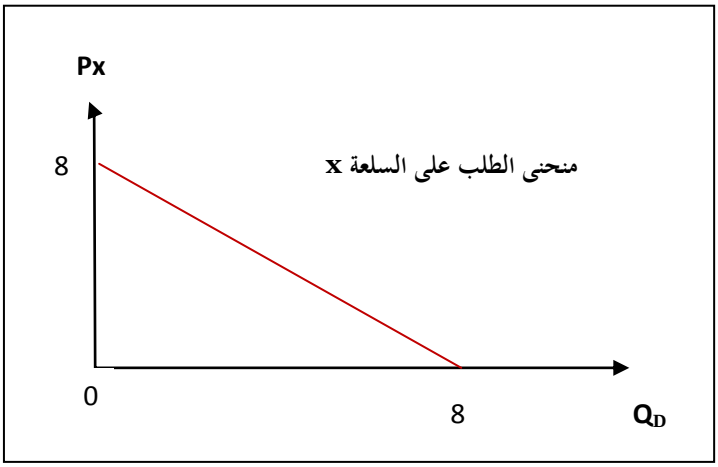
### 3.1 جدول الطلب:

يمثل العلاقة بين الطلب والسعر، إذ يمثل كل من جدول الطلب ومنحنى الطلب الوسيلتين المستخدمتين لتوضيح العلاقة بين السعر والطلب. وهنا يفترض ثبات المحددات الأخرى للطلب أي: الذوق، أسعار السلع الأخرى، الدخل، وذلك لتحديد العلاقة بين الطلب والسعر.

مثال: نفترض معدلة الطلب الفردي التالية: $Q_D = 8 - P_x$

وبإحلال أسعار مختلفة ومتعددة للسلعة x في المعادلة نحصل على:

| $P_x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Q_{Dx}$ | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |




منحنى الطلب يوضح العلاقة بين السعر والكمية يتضح من المنحنى أنه كلما ارتفعت الأسعار انخفضت الكمية المطلوبة (علاقة عكسية بين السعر والطلب).

### 4.1 الطلب السوقي (الطلب الكلي):

الطلب الكلي على السلعة عبارة عن مجموع طلبات الأفراد على السلعة عند المستويات المختلفة للسعر في فترة زمنية. وبالتالي فإن طلب السوق على السلعة يعتمد على نفس العوامل المحددة للطلب الفردي على السلعة، إضافة على عدد المشترين للسلعة في السوق، وبيانيا يمكن الحصول على منحنى طلب السوق للسلعة وذلك بالجمع الأفقي لمنحنيات طلب جميع الأفراد المشترين للسلعة.

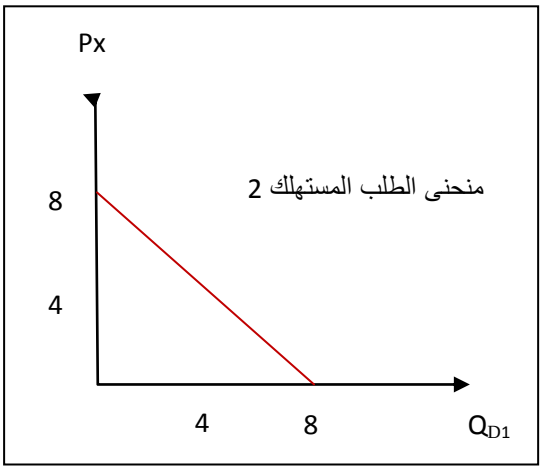
<u>مثال:</u>

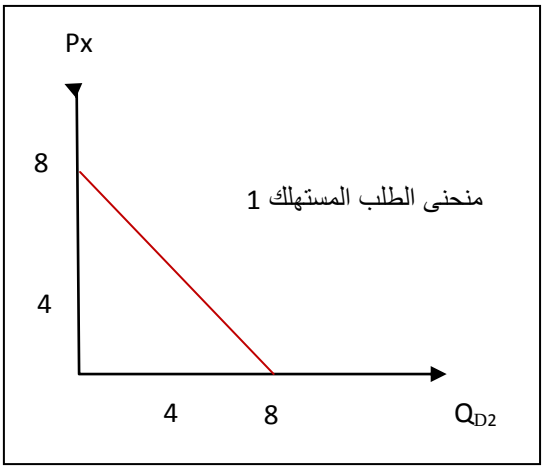
إذا كان الطلب متجانس نفترض لدينا مستهلكين في السوق، بدالة الطلب الفردية التالية:

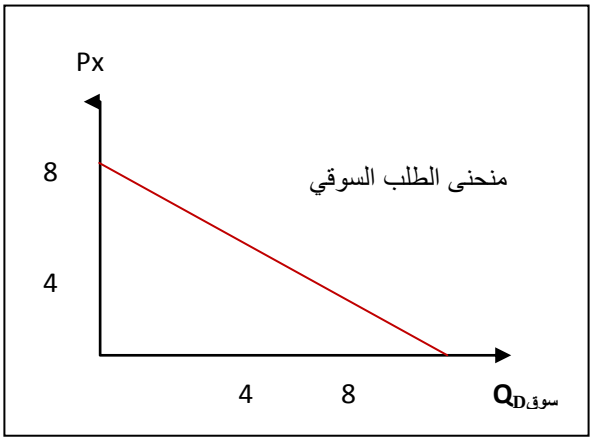
$Q_{Dx}= 8-P_x$

معناه: $Q_{D1}= 8-P_x$ و $Q_{D2}= 8-P_x$ ، فالجدول التالي يمثل الطلب عند الأسعار التالية:

| $Q_{D}$سوق | $Q_{D2}$ | $Q_{D1}$ | $P_x$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 8 |
| 8 | 4 | 4 | 4 |
| 16 | 8 | 8 | 0 |



أما دالة الطلب السوقي فهي مجموع دوال الطلب الفردية أي:

$Q_{D\text{سوق}} = Q_{D1} + Q_{D2} \Rightarrow Q_{D1} = 8-P_x$

$\Rightarrow Q_{D2} = 8-P_x$

$\Rightarrow \mathbf{Q_{D\text{سوق}} = 16-2P_x}$

أو:

$Q_{D\text{سوق}} = Q_{D\text{فردية}} \times$ عدد المستهلكين

$Q_{D\text{سوق}} = (8-P_x)\times 2 \Rightarrow \mathbf{Q_{D\text{سوق}} = 16-2P_x}$

**<u>مثال 2:</u>**

إذا كان الطلب غير متجانس:

نفترض أن الطلب على سلعة ما يكون مكون من طلبات ثلاث مستهلكين C,B,A ودوال الطلب الفردي الخاصة بهم هي كالآتي:

$Q_{DA} = -0.1P_x + 11$

$Q_{DB} = -0.05P_x + 5$

$Q_{DC} = -0.1P_x + 12$

1- أوجد دالة الطلب السوقي.

2- أوجد جدول الطلب الفردي والسوقي عند الأسعار: 0،2،4.

3- مثل دوال الطلب الفردية ودالة السوق بيانيا.

الحل:

1- دالة الطلب السوقي:

$Q_{D\text{سوق}} = Q_{DA} + Q_{DB} + Q_{DC}$

$Q_{DA} = -0.1P_x + 11$

$Q_{DB} = -0.05P_x + 5$

$Q_{DC} = -0.1P_x + 12$

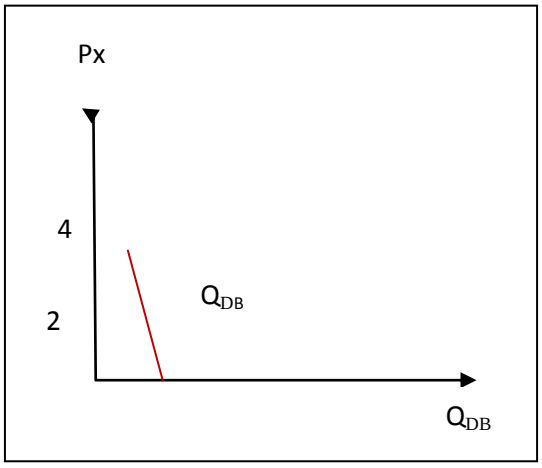
---

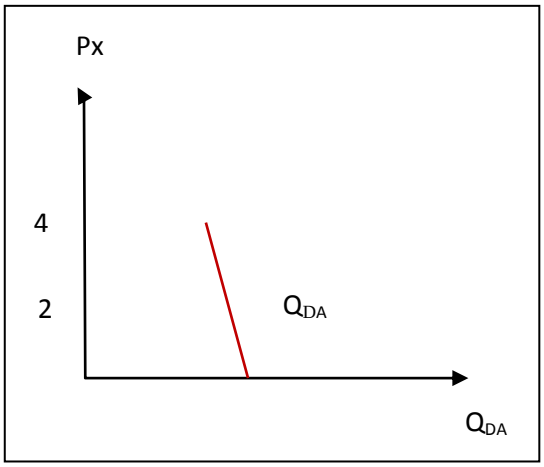
**$Q_{D\text{سوق}} = -0.25P_x + 28$**

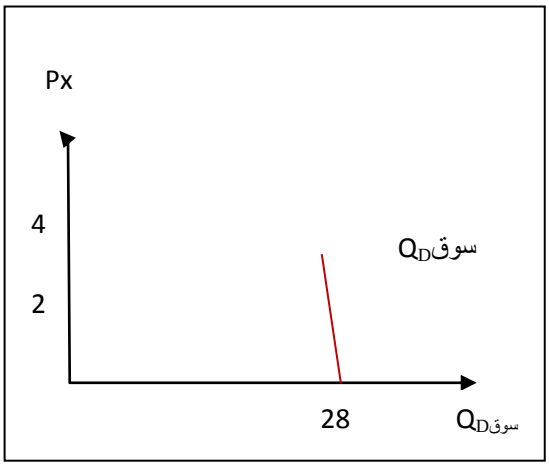
2- جدول الطلب الفردي والسوقي عند الأسعار: 0،2،4.

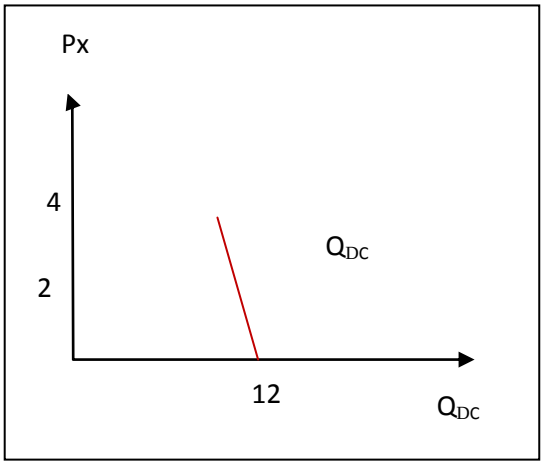
| $Q_{D\text{سوق}}$ | $Q_{DC}$ | $Q_{DB}$ | $Q_{DA}$ | $P_x$ |
|---|---|---|---|---|
| 28 | 12 | 5 | 11 | 0 |
| 27.5 | 11.8 | 4.9 | 10.8 | 2 |
| 27 | 11.6 | 4.8 | 10.6 | 4 |

3- التمثيل البياني:






## 2. دالة العرض:

### 1.2 مفهوم دالة العرض:

- يعبر العرض عن رغبة و استعداد المنتجين لتزويد السوق بكميات مختلفة من سلعة معينة استجابة لمستويات السعر السائدة في السوق، عند ثبات باقي العوامل المؤثرة في العرض. أي أن العرض يتحقق فقط إذا ما توفرت الرغبة و القدرة معا لدى المنتجين أو الموردين لتزويد السوق بكميات إضافية من سلعة معينة.
- أما دالة العرض فهي عبارة عن طريقة مختصرة للتعبير عن المتغيرات التي تحدد العرض، أي تبين العلاقة بين الكميات المختلفة من السلعة الممكن عرضها، والعوامل المحددة لتلك الكميات في أي لحظة من الزمن.

يمكن أن تأخذ دالة العرض عدة أشكال، أهمها الشكل الخطي البسيط، أي: $Q_O = a + bp$ حيث:

**a** : تشير إلى الكمية المعروضة عندما يكون السعر مساوي للصفر.

**b** : قيمة ثابتة (ميل) عبارة عن التغير في الكمية المعروضة نتيجة التغير الحاصل في السعر، و عندها تأخذ b العلاقة الموجبة ( +b)، عندها تغير قيمتها عن ارتفاع دالة العرض.

**p** : سعر السلعة.

$Q_O$ : الكمية المعروضة.

**2.2 جدول العرض:**

بالنسبة للعارض، وهو الذي يملك السلعة التي يطلبها المستهلك فإنه لن يكون مستعدا للتنازل عنها إلا بمقابل، فلا يعقل أن يعطي سلعته للمستهلك مجانا، وتصرفه يكون عكس تصرف المستهلك، فكلما رأى أن ثمن السلة التي يعرضها مرتفعا كلما كان مستعدا لزيادة الكمية المعروضة من أجل الحصول على المزيد من المال أو الإيراد (علما أن الإيراد يساوي الكمية المباعة مضروبة في سعر البيع)، وهو ما تكتبه رياضيا: $R_T = P*Q$

بالنسبة للعرض يمكننا أن نفترض كذلك جدول للعرض يكون كالتالي:

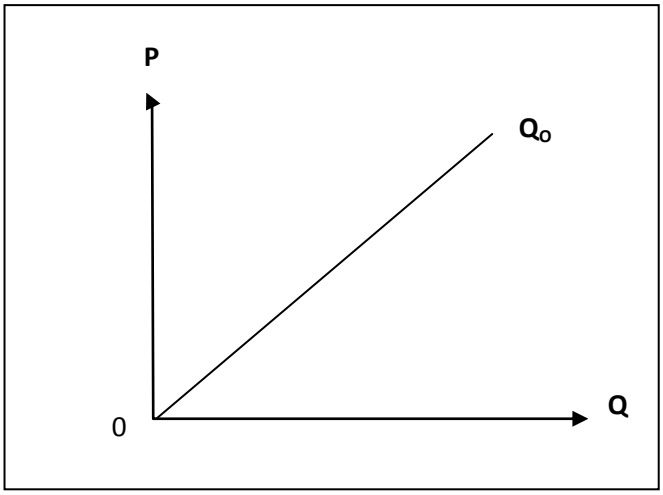
| **السعر $P_x$** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **الكمية $Q_x$** | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |

إذا تم تمثيل هذه المعطيات بيانيا فإننا نحصل على دالة متزايدة يكون ميلها موجبا لأن السعر و الكمية المعروضة يتغيران في نفس الاتجاه.

نكتب الكمية المعروضة بدلالة السعر، ويمكننا أن نكتب السعر بدلالة الكمية المطلوبة كما فعلنا بالنسبة للطلب. ونشير كذلك إلى أن دالة العرض تعبر عن الاتجاه العام للعرض ولن نتمكن من معرفة الكمية المعروضة فعلا إلا بعد أن نعرف مستوى السعر.

### 3.2 منحنى العرض:

يبين العلاقة بين الكميات المختلفة من السلعة التي يرغب و يستطيع المنتج أن يعرضها و الأسعار في فترة زمنية محدودة. و هي علاقة طردية أي أنه كلما ارتفع السعر كان ذلك حافزا للمنتجين لعرض المزيد من السلع كما يبينه الشكل الموالي:



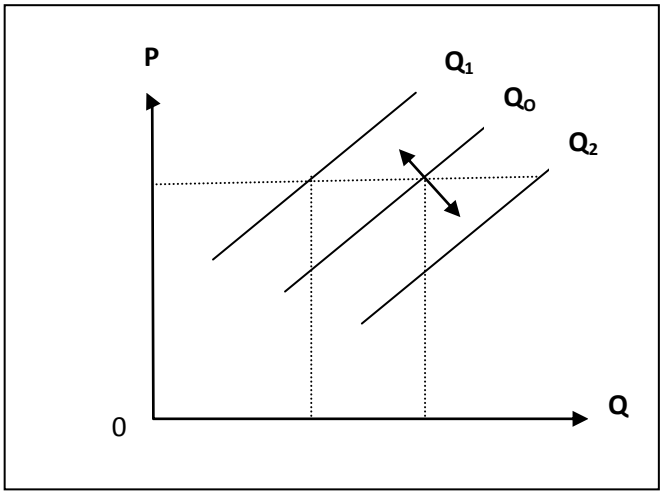

### 3.3 تغير العرض و الكمية المعروضة:

عندما نتحدث عن التغير في العرض فنحن نعني بذلك انتقال المنحنى بكامله إلى اليمين (في حالة الزيادة) أو اليسار (في حالة الإنخفاض)، فعندما يزداد العرض لأي سبب من الأسباب كتحسن طرق الإنتاج أو زيادة عدد المنتجين فإن منحنى العرض سينتقل برمته إلى اليسار. و كذلك إذا ارتفعت أسعار عناصر الإنتاج أو كانت التوقعات غير مناسبة فإن منحنى العرض سينتقل إلى اليمين.

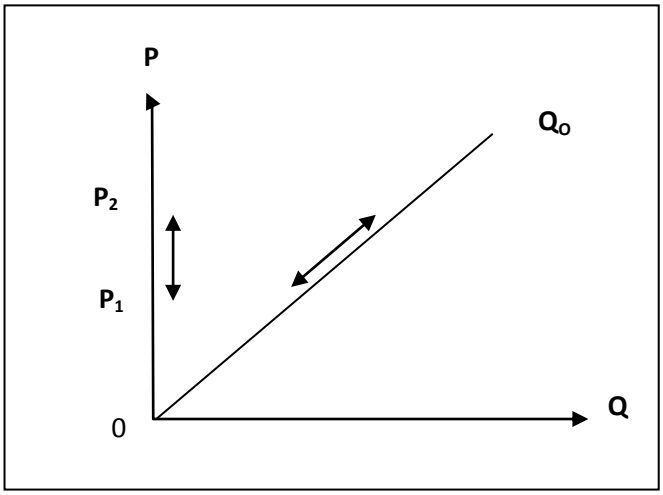
أما عندما نتحدث عن التغير في الكمية المعروضة فإننا نعني بذلك الإنتقال من نقطة إلى أخرى على نفس المنحنى. و سبب التغير في الكمية المعروضة هو التغير في سعر السلعة ذاتها مع افتراض

ثبات العوامل الأخرى. و العلاقة بين السعر و الكمية التي يرغب المنتجون في عرضها علاقة طردية بمعنى أن ارتفاع السعر يؤدي إلى زيادة الكمية التي يرغب المنتجون في عرضها في السوق و انخفاض السعر يؤدي إلى انخفاض الكمية التي يرغبون في عرضها بافتراض بقاء الأشياء الأخرى ثابتة.

**تغير العرض**




**تغير الكمية المعروضة**



### 4.3 العرض السوقي:

يمثل العرض السوقي أو الكلي من السلعة مقادير السلعة التي يتناوب عرضها من جميع المنتجين في السوق عند الأسعار المختلفة المتناوبة. و يتوقف العرض السوقي من السلعة على جميع العوامل التي تحدد عرض المنتج الواحد، كما يتوقف فضلا عن ذلك على عدد منتجي هذه السلعة في السوق.

**مثال:**

إذا كان في السوق 100 منتج (سوق متجانس)، و كان عرض كل منهم من السلعة x هو:

$Q_{O(فردي)} = -40 + 20\ P_x$

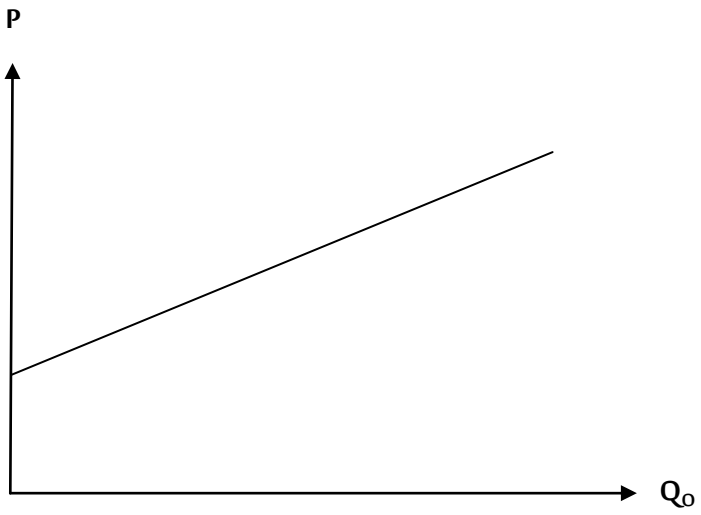
- أوجد العرض السوقي و مثله بيانيا.

$Q_{O\ سوقي} = Q_{O\ فردي} \times$ **عدد المنتجين**

$Q_{O\ سوقي} = (-40 + 20\ P_x) \times 100$

$\mathbf{Q_{O\ سوقي} = -4000 + 2000\ P_x}$

| $P_x$ | $Q_o$ سوقي |
|---|---|
| 6 | 8000 |
| 5 | 6000 |
| 4 | 4000 |
| 3 | 2000 |
| 2 | 0 |



# الفصل الرابع: المرونات

**مقدمة:**

يعد موضوع المرونات من المواضيع الأساسية في النظرية الإقتصادية، فهي أداة تستخدم في تحليل تغيرات الظواهر الإقتصادية.

و يعتبر الإقتصادي " **ألفريد مارشل**" أول من استخدم أسلوب المرونات في تحليل ظروف توازن السوق سنة 1890م. بعد أن وضع صيغة واضحة لمفهوم المرونة السعرية و عرفها بحاصل قسمة التغير النسبي في الكمية على التغير النسبي في السعر. مما زاد التحليل الإقتصادي أكثر عمقا و وضوحا. و للمرونات أنواع عديدة و استخدامات كثيرة. هذا ما سوف نوضحه في هذا الفصل.

**1. مفهوم المرونة:**

المرونة بالتعبير العام و البسيط تعني استجابة التغيرات الإقتصادية المستقبلية لتغيرات سابقة لها، و بذلك تعتبر المرونة مقياس كمي لتحديد أثر تلك المتغيرات.

إذن المرونة هي أداة لقياس درجة استجابة المتغير التابع للتغير في أحد المتغيرات المستقلة مع افتراض ثبات العوامل الأخرى.

أو بعبارة أخرى هي التغير النسبي للمتأثر على التغير النسبي للمؤثر.

**2. مرونة الطلب:**

**1.2 مفهوم مرونة الطلب:**

نعرف أن دالة الطلب تبين العلاقة بين الكمية المطلوبة من سلعة معينة و المتغيرات الأخرى التي تحددها. فالكمية المطلوبة تتغير بتغير أحد هذه العوامل ( مع افتراض ثبات العوامل الأخرى) إلا أن درجة استجابة الكمية المطلوبة من السلعة لهذا التغير يختلف من سلعة لأخرى، و هذا التغير يسمى بمرونة الدالة.

أو بطريقة أخرى هي عبارة عن النسبة المئوية للتغير في الكمية إلى النسبة المئوية للتغير في السعر:

$$EP = \frac{\text{التغير النسبي في الكمية}}{\text{التغير النسبي في السعر}} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} \Rightarrow EP = \frac{\Delta Q}{Q} \times \frac{P}{\Delta P}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{EP = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q}}$$

## 2.2 أنواع مرونة الطلب:

### 1.2.2 مرونة الطلب السعرية:

تعرف على أنها مدى التغير النسبي في الكمية المطلوبة للسلعة الناجم عن التغير النسبي في سعرها. وطالما أن العلاقة بين الكمية والسعر هي علاقة عكسية، فإن قيمة مرونة الطلب السعرية تكون دائما سالبة، و يمكن الحصول عليها باستخدام القانون التالي:

$$EPx = \frac{\Delta Q}{\Delta Px} \times \frac{Px}{Q} \quad \text{أو} \quad EPx = \frac{\delta Q}{\delta Px} \times \frac{Px}{Q}$$

$$EPy = \frac{\Delta Q}{\Delta Py} \times \frac{Py}{Q} \quad \text{أو} \quad EPy = \frac{\delta Q}{\delta Py} \times \frac{Py}{Q}$$

أما عن حالات هذه المرونة:

* $|EP| > 1$ : طلب مرن.

* $0 < |EP| < 1$ : طلب قليل المرونة.

* $|EP| = 1$ : طلب متكافئ.

* $EP = 0$ : طلب عديم المرونة.

**<u>مثال:</u>**

إذا كانت لدينا دالة الطلب التالية:

$$Q_D = 15 - 4P_x$$

- أوجد مرونة الطلب السعرية عند: $P_x = 2$

$$EPx = \frac{\Delta Q}{\Delta Px} \times \frac{Px}{Q} \Rightarrow EPx = -4 \times \frac{2}{15-4(2)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{EPx = -1.14}$$

بما أن: $|EP_x| > 1$ فإن: **الطلب مرن**.

إذا ارتفع أو انخفض السعر بـ: 1%، فإن الكمية تنخفض أو ترتفع بـ: 1.14%

**مثال:**

نفترض أنه لدينا الجدول التالي:

| النقاط | $P_x$ | $Q_Dx$ |
|---|---|---|
| A | 7 | 1000 |
| B | 6 | 2000 |
| C | 5 | 3000 |
| D | 4 | 4000 |

- أوجد المرونة المباشرة ثم المرونة الغير مباشرة، أي العكسية.

**الحل:**

1- حساب المرونة المباشرة، أي من A إلى B ، B إلى C ، C إلى D :

| النقاط | $P_x$ | $Q_D$ | $\frac{\Delta Q}{\Delta Px}$ | $\frac{Px}{Q}$ | $EP_x$ | طبيعة المرونة |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 7 | 1000 | $\frac{2000-1000}{6-7}$ | 7/1000 | -7 | طلب مرن |
| B | 6 | 2000 | $\frac{3000-2000}{5-6}$ | 6/2000 | -3 | طلب مرن |
| C | 5 | 3000 | $\frac{4000-3000}{4-5}$ | 5/3000 | -1.66 | طلب مرن |
| D | 4 | 4000 | | | | |

2- حساب المرونة الغير مباشرة: من B إلى A ، C إلى B ، D إلى C :

| النقاط | $P_x$ | $Q_D$ | $\frac{\Delta Q}{\Delta Px}$ | $\frac{Px}{Q}$ | $EP_x$ | طبيعة المرونة |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 4 | 4000 | $\frac{3000-4000}{5-4}$ | 4/4000 | -1 | طلب مرن |
| B | 5 | 3000 | $\frac{2000-3000}{6-5}$ | 5/3000 | -1.66 | طلب مرن |
| C | 6 | 2000 | $\frac{1000-2000}{7-6}$ | | | |
| D | 7 | 1000 | | 6/2000 | -3 | طلب مرن |

### 2.2.2 مرونة التقاطع:

تعرف على أنها درجة استجابة الكمية المطلوبة من السلعة للتغير في سعر سلعة أخرى، و هذه السلعة إما أن تكون مكملة، بديلة أو مستقلة عن السلعة محل الدراسة.

أي أنها التغير النسبي في الكمية بالنسبة للتغير النسبي في سعر الأسعار الأخرى.

$$E_{x/py} = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta Py}{Py}} = \frac{\Delta x}{x} \times \frac{Py}{\Delta Py}$$

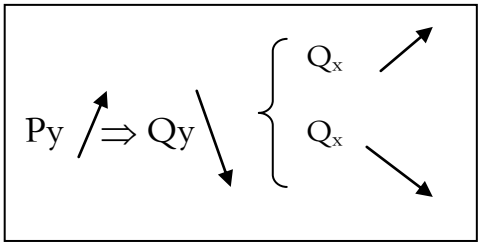
$$\Rightarrow \boldsymbol{E_{x/py} = \frac{\Delta x}{\Delta Py} \times \frac{Py}{x}}$$

أو:

$$E_{y/px} = \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta Px}{Px}} = \frac{\Delta y}{y} \times \frac{Px}{\Delta Px}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{E_{y/px} = \frac{\Delta y}{\Delta Px} \times \frac{Px}{y}}$$

لتفسير هذه المرونة لابد من معرفة إشارتها، وإشارتها هي إشارة التغيرات لكمية السلعة X وسعر السلعة Y أي إشارة النسبة $\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x}$ ، فإذا تغيرت كمية السلعة X في نفس الاتجاه الذي يتغير فيه سعر السلعة Y فإن إشارة مرونة التقاطع تكون موجبة، أما إذا تغيرت كمية السلعة X في اتجاه معاكس لتغيير سعر السلعة Y فإن إشارة هذه المرونة تكون سالبة. نستعين بالرسم التالي لنوضح هذا:




نفترض أن سعر السلعة Y ارتفع، يستلزم هذا انخفاض الكمية المستهلكة من هذه السلعة. بالنسبة للكمية المطلوبة من السلعة X هناك حالتان:

* أن تنخفض الكمية المطلوبة من السلعة X وتكون $\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} < 0$ ومرونة التقاطع السالبة، نلاحظ أن الكمية المطلوبة من السلعتين X و Y انخفضت فالسلعتين متكاملتين أو متممتين، بمعنى أن الواحدة تتمم الأخرى ولا تنافسها.

* أن ترتفع الكمية المطلوبة من السلعة X وتكون $\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} > 0$ ومرونة التقاطع موجبة. تكون الكمية المطلوبة من السلعة X تتغير في اتجاه معاكس لتغيير الكمية المطلوبة من السلعة Y . السلعتان متنافستان أو استبداليتان، أي أن الواحدة تحل محل الأخرى، إذا غلت السلعة إحداهما نعوضها بالأخرى.

للتوضيح نأخذ المثالين المواليين:

الجدول الأول:

| $Q_x$ | $P_y$ | |
|---|---|---|
| 35 | 7 | **A** |
| 40 | 5 | **B** |

$$E_C = \frac{40-35}{5-7} * \frac{5}{40} = -0.31$$

السلعتان متكاملتان أو متممتان.

الجدول الثاني:

| $Q_x$ | $P_y$ | |
|---|---|---|
| 35 | 5 | A |
| 40 | 7 | B |

$$E_C = \frac{40-35}{7-5} * \frac{7}{40} = +0.31$$

السلعتان إذا متنافستان أو استبداليتان.

*** أما عن حالات العامة لهذه المرونة:**

- $E_{y/Px}, E_{x/Py} > 0$ : السلعتان x و y بديلتان.

- $E_{y/Px}, E_{x/Py} < 0$ : السلعتان x و y مكملتان.

- $E_{y/Px}, E_{x/Py} = 0$ : السلعتان x و y مستقلتان.

**<u>مثال:</u>**

إذا كانت لدينا دالة الطلب للسلعة x هي:

$Q_D x = -2P_y + 1$

- أوجد المرونة التقاطعية إذا كان: $P_x=1, P_y=2$

$$Ex_{/Py} = \frac{\delta x}{\delta Py} \times \frac{Py}{x} \Rightarrow E^{x}/_{Py} = -2 \times \frac{2}{-2(1)+1}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{E_{x/py} = 4}$$

بما أن: $E_{x/py} > 0$ فإن: **السلعتين x و y بديلتين**.

**<u>مثال:</u>**

لدينا الجدول التالي:

| النقاط | $P_y$ | x |
|---|---|---|
| A | 1 | 50 |
| B | 2 | 30 |
| C | 3 | 10 |

- أوجد العلاقة بين السلعتين

**الحل:**

| النقاط | $P_y$ | x | $\frac{\Delta x}{\Delta Py}$ | $\frac{Py}{x}$ | $E_{x/py}$ | العلاقة بين السلعتين |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 50 | $\frac{30-50}{2-1}$ | $1/50$ | -0.4 | مكملتانy وx |
| B | 2 | 30 | $\frac{10-30}{3-2}$ | $2/30$ | -1.33 | مكملتانy وx |
| C | 3 | 10 | | | | |

### 3.2.2 المرونة الدخلية:

تعرف مرونة الطلب الدخلية بأنها درجة استجابة الكمية المطلوبة من السلعة للتغير في دخل المستهلك. و لقد عرفنا سابقا بأن العلاقة بين الكمية المطلوبة من السلعة و دخل المستهلك هي علاقة طردية عموما (باستثناء حالة السلع الدنيا )

إذا المرونة الدخلية هي التغير النسبي للكمية بالنسبة للتغير النسبي للدخل.

$$ER = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{\Delta Q}{Q} \times \frac{R}{\Delta R}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{ER = \frac{\Delta Q}{\Delta R} \times \frac{R}{Q}}$$

يمكن لإشارة مرونة الدخل أن تكون سالبة أو موجبة اتجاه تغيير الدخل وتغيير كمية السلعة المستهلكة. وللإشارة دلالة هامة في تفسير مرونة الدخل:

* إذا كانت إشارة مرونة الدخل سالبة نقول عن السلعة المستهلكة أنها سلعة رديئة أو سلعة دنيا أي Bien inférieurs بمعنى أنه عندما يرتفع الدخل فإننا لا نخصص لها نصيبا من زيادة الدخل ونزيد في استهلاكها، وإنما نتحول عنها لاستهلاك غيرها (مع العلم أننا نبقى دائما نستهلك هذه السلعة). فمن هذا المنظار هي رديئة أو دنيا لا من ناحية الجودة أو الصنع أو الطعم مثلا.

* إذا كانت إشارة مرونة الدخل موجبة نقول عن السلعة المستهلكة أنها سلعة اعتيادية، أي أننا ما زلنا نعتاد استهلاكها بتخصيص جزء من زيادة الدخل لها. نقسم السلع الاعتيادية إلى سلع ضرورية إذا كانت قيمة مرونة الدخل أقل أو تساوي 1، وسلع كمالية إذا كانت المرونة أكبر من 1.

يمكن حساب مرونة النقطة بالنسبة للدخل، نكتب:

$$E_R = \lim_{\Delta R \to 0} \frac{\Delta Q\ R}{\Delta R\ Q} = \frac{dQ\ R}{dR\ Q}$$

قبل أن نحسب هذه المرونة يتعين إيجاد علاقة بين الكمية المستهلكة والدخل كما هو الحال بين الكمية المستهلكة والسعر.

أما عن حالات هذه المرونة هي كالآتي:

* ER > 1 : سلعة كمالية.

* 0 < ER ≤ 1 : سلعة عادية أو ضرورية.

* ER < 0 : سلعة رديئة.

**مثال:**

لدينا دالة الطلب على السلعة x :

$X= R^{0.4}.Px^{-0.5}.Py^{0.6}$

- أوجد مختلف المرونات.

الحل:

1- مرونة الطلب السعرية:

$$EPx = \frac{\delta x}{\delta Px} \times \frac{Px}{x}$$

$$\Rightarrow EP_x = (-0.5).px^{-1.5}.R^{0.4}.Py^{0.6}.\frac{Px}{R^{0.4} * Px^{-0.5} Py^{0.6}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{EP_x = -0.5}$$

بما أن $|EPx| < 1$ : $0 <$ فإن: الطلب قليل المرونة.

إذا ارتفع السعر أو انخفض بـ 1%، فإن الكمية تنخفض أو ترتفع بـ 0.5%.

(لا يمكن حساب EPy لأنه ليس لدينا دالة الطلب لـ y).

2- المرونة التقاطعية (العلاقة بين السلع):

$$E_{x/Py} = \frac{\delta x}{\delta Py} \times \frac{Py}{x}$$

$$\Rightarrow E_{x/Py} = (-0.6).py^{-0.4}.R^{0.4}.Px^{-0.5}.\frac{Py}{R^{0.4} * Px^{-0.5}Py^{0.6}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{E_{x/Py} = 0.6}$$

بما أن: $E_{x/Py} > 0$ ، فإن: السلعتان x و y بديلتان.

3- المرونة الدخلية (نوعية السلعة):

$$ER = \frac{\delta x}{\delta R} \times \frac{R}{x}$$

$$\Rightarrow ER = 0.4R^{-0.6}.Px^{-0.5}.Py^{0.6}.\frac{R}{R^{0.4}Px^{-0.5}Py^{0.6}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{ER = 0.4}$$

بما أن: $0 < ER \leq 1$ ، فإن: السلعة x ضرورية أو عادية.

### 3. مرونة العرض:

تعبر مرونة العرض عن مدى استجابة الكميات المعروضة من سلعة ما للتغير الحاصل في أحد العوامل المحددة للعرض، مع افتراض ثبات العوامل الأخرى. و تقاس بحاصل قسمة التغير النسبي في الكمية المعروضة و التي تمثل المتغير التابع على التغير النسبي في المتغير المستقل.

### 1.3 مرونة العرض السعرية:

تعرف مرونة العرض السعرية بأنها مقياس لدرجة استجابة التغيرات في الكمية المعروضة من السلعة للتغير في سعرها. و تقاس بحاصل قسمة التغير في الكمية المعروضة على التغير النسبي في السعر.

إذن تعبر مرونة العرض على مدى تأثير تغيير السعر في تغيير الكمية المعروضة، و تكتب رياضيا كما يلي:

$$E_0 = \frac{\frac{\Delta Q_x}{Q_x}}{\frac{\Delta P_x}{P_x}} = \frac{\Delta Q_x P_x}{\Delta P_x Q_x}$$

في دالة العرض فإن السعر والكمية يتغيران في نفس الاتجاه، ومنه فإن نسبة تغيير الكمية على تغيير السعر تكون دائما موجبة، وبالتالي فإن مرونة العرض موجبة. أما من ناحية القيم فهي تتغير في المجال من 0 إلى ∞+ .

يكون العرض غير مرن إذا كانت المرونة بين 0 و1، مرنا مرونة الوحدة، إذا كانت المرونة تساوي 1، ومرنا إذا كانت المرونة أكبر من 1. مدلول مرونة العرض لا يختلف عن مدلول مرونة الطلب إذا أخذنا هذه الأخيرة بالقيمة المطلقة. مرونة العرض من ناحية التحليل الاقتصادي ليس لها أهمية لأن المنتج لا يهمه مدى تأثير تغيير السعر على تغيير الكمية المعروضة، وإنما الذي

يهمه هو مدى تأثير تغيير السعر على تغيير الكمية المطلوبة لأن الكمية المطلوبة من طرف المستهلكين تمثل كمية مبيعات المنتج، وإنفاق المستهلكين هو إيراد المنتج. فالمنتج يترقب إذا مرونة الطلب و لاتهمه مرونة العرض.

فما هي العلاقة إذا بين المنتج ومرونة الطلب. الجدول التالي يبين لنا مستويات السعر والكمية المطلوبة عند كل مستوى، ويبين كذلك الإيراد الذي سيحصل عليه المنتج والذي يساوي:

$$RT = P_x \times Qx$$

حيث يمثل RT الإيراد الكلي:

| $E_d$ | $R_T$ | $Q_x$ | $P_x$ | |
|---|---|---|---|---|
| - | 30 | 6 | 5 | A |
| -1.66 | 32 | 8 | 4 | B |
| -1.50 | 33 | 11 | 3 | C |
| -1.09 | 30 | 15 | 2 | D |
| -0.66 | 20 | 20 | 1 | E |

عندما حسبنا مرونة العرض بين النقاط المختلفة ابتداء من النقطة A إلى B ومن B إلى C إلى آخره، نجدها تساوي على الترتيب بالقيم المطلقة 1.66 ثم 1.5 ثم 1.09 وأخيرا 0.66، أي طلب مرن، ثم مرن مرونة الوحدة ثم غير مرن.

فيما يتعلق بالإيراد الكلي نلاحظ أنه يكون متزايدا عندما يكون الطلب مرنا ثم يبدأ في التناقص عندما يصبح الطلب غير مرن. عندما يكون الطلب بمرونة الوحدة (القيمة لا تظهر ضمن المرونة المحسوبة) فإن الإيراد لا يتغير لأن انخفاض السعر تعوضه الزيادة في الكمية.

### 2.3 العوامل المؤثرة في مرونة العرض السعرية:

تتغير مرونة العرض السعرية بتغير العوامل المؤثرة فيها، و التي يمكن ذكر أهمها فيما يلي:

- **مدى قابلية السلعة للتخزين:**

إذا كانت السلعة قابلة للتخزين يكون عرضها مرن و العكس صحيح.

- **طبيعة العملية الإنتاجية:**

إذا كانت العملية الإنتاجية سهلة يكون عرضها مرن و العكس صحيح.

- **المدة الزمنية:**

تزداد مرونة العرض في المدى الطويل، و العكس صحيح.

- **قابلية عناصر الإنتاج للإنتقال:** كلما كانت عناصر الإنتاج قابلة للتحول من إنتاج سلعة لأخرى ازدادت مرونة العرض، و العكس صحيح.