التمرين 3: [4 نقاط].

نعتبر الحادثتين:

A: "الذين يستعملون موبيليس"

B: "الذين يستعملون أوريدو"

- $P(A) = 0,6$
- $P(B/A) = 0,35$
- $P(A/B) = 0,4$

1) نسبة الذين يستعملون "موبيليس" فقط: $P(A \cap \overline{B}) = ?$

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$
$$= P(A) - [P(B/A) \cdot P(A)]$$
$$= 0,6 - [(0,35)(0,6)]$$
$$= 0,39 = \boxed{39\%}$$

2) نسبة الذين لا يستعملون "موبيليس" ولا "أوريدو":

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = ?$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B)$$
$$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$$

لدينا:

- $P(A \cap B) = P(B/A) \cdot P(A)$
$= (0,35)(0,6) = \boxed{0,21}$
- $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A/B)}$
$= \frac{0,21}{0,4} = 0,525$

$P(B) = ?$

donc $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - [0,6 + 0,525 - 0,21]$

$= 0,085 = 8,5\%$

التمرين الثاني:

المعطيات:

$P(A) = 0,25$

$P(B) = 0,10$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,68$

1 - قيم المتغير العشوائي X:

$X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$

أو $X = 0, 1, 2$.

2 - جدول التوزيع الاحتمالي:

يجب أولا حساب إحتمال كل قيمة من قيم المتغير العشوائي X.

$P(X=0) = P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \boxed{0,68}$

$P(X=2) = P(A \cap B)$.

نحسب $P(A \cap B) = ?$

لدينا $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B})$

$= 1 - 0,68 = 0,32$

ولدينا من جهة أخرى:

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$= (0,25 + 0,10) - 0,32$

$P(A \cap B) = 0,03$

إذن نستنتج:

$P(X=2) = \boxed{0,03}$

وبالتالي:

$P(X=1) = 1 - [P(X=0) + P(X=2)]$

$= 1 - [0,68 + 0,03]$

$P(X=1) = 1 - 0,71 = \boxed{0,29}$

ملاحظة:

$P(X=1) = P(\overline{A} \cap B) + P(A \cap \overline{B})$

إذن جدول التوزيع الاحتمالي هو كما يلي:

x_i	0	1	2	Σ
$P(X=x_i)$	0,68	0,29	0,03	1

3 - دالة التوزيع الاحتمالي في شكل عمود

x_i	0	1	2	Σ
$P(X=x_i)$	0,68	0,29	0,03	1
$P(X \leq x_i)$	0,68	0,97	1	—

4 - $E(X) = \Sigma(x_i \times p_i)$

$\boxed{E(X) = 0,35}$

$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$\boxed{V(X) = 0,41 - (0,35)^2}$

$\boxed{V(X) = 0,2875}$

تابع للتمرين الثاني :

هل الحادثان A و B مستقلان ؟

لدينا $P(A \cap B) = \boxed{0,03}$

$P(A) \times P(B) = 0,25 \times 0,10$

$= \boxed{0,025}$

نلاحظ أن $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$

وبالتالي نستنتج أن : الحادثان A و B غير مستقلين .

التمرين الثالث

- 1 $X \rightsquigarrow B(20 ; 0,8)$.

(n ← عدد مفردات العينة ، p ← نجاح الحادث)

- 2 $P(X=4) = C_{20}^{4} \cdot (0,8)^4 \cdot (0,2)^{20-4}$

حيث القانون العام هو كما يلي $P(X=k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

k ← عدد النجاحات .

n ← عدد مفردات العينة .

$C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)! \, k!}$

- 3 $P(X \leq 19) = 1 - P(X > 19) = 1 - P(X=20)$

$P(X \leq 19) = 1 - [C_{20}^{20} \cdot (0,8)^{20} \cdot (0,2)^0]$

$P(X \leq 19) = 1 - (0,8)^{20} \simeq 1 - 0,01153$

- 4 $E(X) = n * p$

$E(X) = 20 \, (0,8) = 16$

أي العدد المتوقع لعدد العمليات الجراحية الناجحة هو 16