

التمرين 1: **5 ن**

تخضع الكمية اليومية المنتجة من حليب الأبقار من طرف مزرعة معينة خلال سنة معينة إلى توزيع طبيعي، متوسطه الحسابي 1250 ل بانحرافه المعياري مقداره 52 ل.

1. أحسب احتمال أن لا تقل الكمية المنتجة من حليب الأبقار في هذه المزرعة عن 1050 ل و لا تزيد عن 1200 ل ؟

2. ما هي نسبة الأيام التي زادت فيها الكمية المنتجة من حليب الأبقار في المزرعة عن 1250 ل ؟

3. ما هو عدد الأيام التي لم تقل فيها الكمية المنتجة من حليب الأبقار في المزرعة عن 1280 ل ؟

حل التمرين 1:

$$0.5 \quad , N=365, \quad \mu=1250L, \quad \sigma(x)=52L,$$

0.5

$$X \sim N(\mu, \sigma(x)), X \sim N(1250, 52) \quad Z \sim N(0, 1), Z = \frac{x_i - 1250}{52}$$

0.5

$$1/ P(1050 \leq X \leq 1200) = P(X \leq 1200) - P(X \leq 1050) = P(T \leq \frac{1200 - 1250}{52}) - P(T \leq \frac{1050 - 1250}{52}) \quad 0.5$$

0.5

$$= P(Z \leq 0.9615) - P(Z \leq -3.846) = [1 - P(Z \leq +0.9615)] - [1 - P(Z \leq 3.846)] = 1 - 0.8315 - 1 + 0.9999 = 0.1684$$

0.5

$$2/ P(X > 1250) = P(T > \frac{1250 - 1250}{52}) = P(Z > 0) = 1 - P(Z \leq 0) = 0.5 \quad 0.5$$

0.5

$$3/ P(X \geq 1280) = P(T \geq \frac{1280 - 1250}{52}) = P(Z \geq +0.5769) = 1 - P(Z < +0.5769) = 1 - 0.7157 = 0.2843. \quad 0.5$$

العدد الأيام التي كانت فيها الكمية المنتجة من الحليب لا تقل عن 1280 ل هو:

0.5

$$103.76 = (0.2843) \cdot (365) = P(X \geq 1280) \times N$$

لاحظ مدير وكالة لشركة التأمينات خلال فترة معينة بأن 30% من الزبائن الذين اشتروا سيارات جديدة قاموا باختيار "تأمين على جميع المخاطر".

1. أحسب احتمال أن لا تقل نسبة الزبائن الذين اختاروا تأمين سياراتهم الجديدة "على جميع المخاطر" في تلك الفترة، في عينة من 50 زبون مؤمن بهذه الوكالة عن 25%.

2. ما هو احتمال أن لا تقل نسبة الزبائن الذين اختاروا تأمين سياراتهم "على جميع المخاطر" في تلك الفترة، في عينة من 30 زبون مؤمن بهذه الوكالة عن 25%، و لا تزيد عن 40% ؟

حل التمرين 2:  $q=0.7$  ،  $P= 0.3$  0.5

1.  $P(\hat{p} \geq 0.25) = ?$   $n=50$  0.5

$$\hat{p} \sim N(P, \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}). \quad \hat{p} \sim N(0.3, \sqrt{\frac{(0.3) \cdot (0.7)}{50}}). \quad \hat{p} \sim N(0.3, 0.0648)$$

$$T = \frac{\hat{p} - 0.3}{0.0648} \quad T \sim N(0, 1), \quad 0.5$$

$$P(\hat{p} \geq 0.25) = P(T \geq \frac{0.25 - 0.3}{0.0648}) = P(T \geq -0.7716) = 1 - P(T \leq +0.7716) = 0.7793$$

2.  $P(0.4 \leq \hat{p} \leq 0.25) = ?$   $n=30$  0.5

$$\hat{p} \sim N(P, \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}). \quad \hat{p} \sim N(0.3, \sqrt{\frac{(0.3) \cdot (0.7)}{30}}). \quad \hat{p} \sim N(0.3, 0.0836)$$

$$T = \frac{\hat{p} - 0.3}{0.0836} \quad T \sim N(0, 1), \quad 0.5$$

$$P(0.25 \leq \hat{p} \leq 0.4) = P(\frac{0.25 - 0.3}{0.0836} \leq T \leq \frac{0.4 - 0.3}{0.0836})$$

$$= P(-0.598 \leq T \leq 1.196) = P(T \leq 1.196) - P(T \leq -0.598)$$

$$= P(T \leq 1.196) - [1 - P(T \leq +0.598)] = 0.883 - 1 + 0.7224 = 0.6054$$

المتوسط السنوي لعدد الشكاوى التي يستقبلها مراكز الاتصال لعينة أولى من 20 مؤسسة متواجدة بالمنطقة A هو 380 شكوى بانحراف معياري قدره 35 شكوى، و المتوسط السنوي لعدد الشكاوى التي يستقبلها مراكز الاتصال لعينة ثانية من 27 مؤسسة متواجدة بالمنطقة B هو 260 شكوى بانحراف معياري قدره 40 شكوى.

- قدر الفرق بين متوسطي عدد الشكاوى في المنطقتين A و B بفترة ثقة (قياس الثقة 98%).

الحل

0.5

$$n_1 = 20 < 30, \bar{X}_1 = 380, \sigma'_1 = 35$$

$$n_2 = 27 < 30, \bar{X}_2 = 260, \sigma'_2 = 40$$

يخضع عدد الزبائن لكلي المجتمعين إلى توزيع طبيعي بحيث أن لهما نفس التباين (التباين المشترك)

$\sigma_1$  و  $\sigma_2$  مجهولين: نفرض أن للمجتمعين نفس التباين و نقدر  $\sigma_1^2$  و  $\sigma_2^2$  ب  $S'^2$ .

0.5

$$S'^2 = \frac{\sum(x_{1i} - \bar{X}_1)^2 + \sum(x_{2i} - \bar{X}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

1

$$\sigma_1'^2 = \frac{\sum(x_{1i} - \bar{X}_1)^2}{n_1} \quad \sum(x_{1i} - \bar{X}_1)^2 = \sigma_1'^2 \cdot n_1 = 35^2 \cdot 20 = 24500$$

$$\sigma_2'^2 = \frac{\sum(x_{2i} - \bar{X}_2)^2}{n_2} \quad \sum(x_{2i} - \bar{X}_2)^2 = \sigma_2'^2 \cdot n_2 = 40^2 \cdot 27 = 43200$$

$$S'^2 = \frac{24500 + 43200}{20 + 27 - 2} = 1504.44$$

1

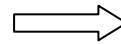
$$1 - \alpha = 0.98 \quad \alpha = 0.02$$

$$dll = 20 + 27 - 2 = 45$$

عندما ننظر في

الجدول 3. سنجد

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.326$$



1

$$P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} t_{\frac{\alpha}{2}} \leq m_1 - m_2 \leq \bar{X}_1 - \bar{X}_2 + \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} t_{\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha$$

1

$$P[(380 - 260) - \sqrt{\frac{1504.44}{20} + \frac{1504.44}{27}} \cdot (2.326) \leq m_1 - m_2 \leq [(380 - 260) + \sqrt{\frac{1504.44}{20} + \frac{1504.44}{27}} \cdot (2.326)] = 98\%$$

$$P[120 - 26.609 \leq m_1 - m_2 \leq 120 + 26.609] = 98\%$$



$$P(93.39 \leq m_1 - m_2 \leq 146.609) = 0.98$$

0.5

قامت إحدى المؤسسات خلال فترة زمنية معينة بحملة ادعائية للتعريف بعلامتها التجارية الجديدة التي لم تكن معروفة في السوق، بعد انتهاء هذه الحملة، صرح مدير التسويق بالمؤسسة بأن 55% من المستهلكين ممن مستهم الحملة قد تعرفوا على هذه العلامة التجارية الجديدة. لكن مدير المبيعات بالمؤسسة لم يصدق هذا التصريح و ضن بأنها أكثر من ذلك، فاختار بصورة عشوائية 60 مستهلك ممن مستهم الحملة و بعدما سأهم عن هذه العلامة وجد أن فقط 20 شخص منهم لم يتعرفوا عليها. هل يمكن تصديق بيانات هذه العينة تحت مستوى معنوية 5%.

0.5

حل التمرين 9.5:  $\hat{P} = \frac{40}{60} = 0.66$ ,  $P_0 = 0.55$ ,  $n = 60$ .

0.5

- نضع الفرضيتين التاليتين:  $H_0: P = P_0 = 55\%$ ,  $H_1: P = P_1 > 55\%$

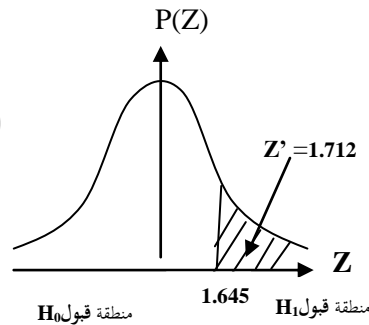
1

- نحسب  $Z'$ : بحيث  $Z' = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \cdot q_0}{n}}} = \frac{0.66 - 0.55}{\sqrt{\frac{0.55 \cdot (1 - 0.55)}{60}}} = +1.712$

1

-  $\alpha = 2 \times 0.05 = 0.1 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05$  لذلك من الجدول (02):  $Z_{\alpha} = 1.645$

0.5



0.5

- بما أن  $Z' > Z_{\alpha}$  نقبل  $H_1$  و نرفض  $H_0$

الاستنتاج: نستنتج أن مدير التسويق غير مصيب في ادعائه بأن 55% من المستهلكين ممن مستهم الحملة قد تعرفوا على هذه العلامة التجارية الجديدة.