Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen
Faculté des sciences économiques, commerciales et des sciences de gestion

1^{iere} année LMD (2017 / 2018)
Corrigée d'examen du premier semestre de mathématiques

Exercice 1 (7PT)
QST1→ $3PTS$,
QST2→ $2PTS$,
QST3→ $2PTS$
Sur chaque colonnes $(0.25\ pt)$**, donc** $(0.25\ pt) \times 10$

1. En utilisant la table de vérité, de $[P \Longrightarrow (Q \wedge R)] \Longleftrightarrow \left[(\bar{Q} \vee \bar{R}) \Longrightarrow \bar{P}\right]$, on a:

P	Q	R	$\bar{P}$	$\bar{Q}$	$\bar{R}$	$Q \wedge R$	$(\bar{Q} \vee \bar{R})$	$[P \Longrightarrow (Q \wedge R)]$	$\left[(\bar{Q} \vee \bar{R}) \Longrightarrow \bar{P}\right]$
1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	0	1	1	1

Il est clair que l'avant et la derniere colonne son egaux alors on a l'equivalence——————————————$(0.5pt)$

2. En applicant la lois $\overline{P \Longrightarrow Q} = P \wedge \bar{Q}$, la négation de la proposition:

$$\forall a \in \mathbb{R}_+^*,\ \exists b \in \mathbb{R}_+^* / \quad |x| < b \ \Rightarrow \ x^2 > a$$

devient

$$\exists a \in \mathbb{R}_+^*, (0.5pt)\ \forall b \in \mathbb{R}_+^* (0.5pt) / \quad (|x| < b)\,(0.5pt) \wedge \left(x^2 \leq a\right)(0.5pt)$$

Sur chaque partie $(0.5\ pt)$**, donc** $(0.5\ pt) \times 4$

3. Soit n un entier naturel. Montrer par la contraposée que

Si $\left(n^2 + 9\right)$ est **pair** alors n est **impair**.

"la contraposée" $(P \Longrightarrow Q) = (\bar{Q} \Longrightarrow \bar{P})$

Sur chaque ligne $(0.5\ pt)$**, donc** $(0.5\ pt) \times 4$

$$P = \left(n^2+9\right) \text{ est } \textbf{pair} \rightarrow \bar{P} = \left(n^2+9\right) \text{ est } \textbf{impair} \text{———}$$

$$Q = n \text{ est } \textbf{impair} \rightarrow \bar{Q} = n \text{ est } \textbf{pair} \text{————-}$$

$$\bar{Q} = n \text{ est } \textbf{pair} \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}\ /n\ = 2k - - - - - - - -$$

$$\Rightarrow \quad \left(n^2+9\right) = (2k)^2 + 9 = 2(2k^2+4) + 1 - - - - -$$

$$\text{ce qui prouve que } \left(n^2+9\right) \text{ est } \textbf{impair}$$

Exercice 2 (6PT)
QST I)$\rightarrow 4PTS$,
QST II)$\rightarrow 2PTS$,
I) En 2017 le prix d'un litre du carburant était 32 DA. Cette année 2018 il y a eu une augmentation de 30% par rapport à l'année passée.

1. Calculer U_{2018}

$$\begin{aligned} U_{2018} &= U_{2017} \times (1 + a\%) - - - -(0.5pt) \\ &= 32 \times (1 + 30\%) = 41,6 - - - -(0.5pt) \end{aligned}$$

le prix d'un litre du carburant en 2018 est $41,6\ DA$
(U_n) est une suite géométrique $- - - -\ (0.5pt))$
de premier terme $U_{2017} = 32$ et de raison

$$q = 1 + a\% = 1.3 - - - -(0.5pt)$$

2. Calculer le prix d'un litre du carburant en 2022.

$$\begin{aligned} U_n &= U_p \times q^{n-p} - - - -(0.5pt) \\ &\Longrightarrow U_{2022} = U_{2017} \times (1,3)^{2022-2017} - - - -(0.5pt) \\ &\Longrightarrow U_{2022} = 32 \times (1,3)^5 = 118,81 - - - -(0.5pt) \end{aligned}$$

Ler prix d'un litre du carburant en 2022 est $118,81$ DA$- - - -\ (0.5pt)$

II) $(2PTS)$
À l'aide d'un lemme de comparaison, étudier la convergence de la suite suivante

$$Vn = \frac{(n+2)(-1)^n}{n^2}, \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\begin{aligned} -1 &\leq (-1)^n \leq 1 \\ -(n+2) &\leq (n+2)(-1)^n \leq (n+2) \\ -\frac{(n+2)}{n^2} &\leq Vn \leq \frac{(n+2)}{n^2} \end{aligned}$$

Puisque

$$\begin{array}{rcl} -\dfrac{(n+2)}{n^2} \text{ tend vers 0, quand } n & \rightarrow & +\infty \\ \dfrac{(n+2)}{n^2} \text{ tend vers 0, quand } n & \rightarrow & +\infty \end{array}$$

Conclusion

$$Vn = \frac{(n+2)(-1)^n}{n^2} \rightarrow 0, \text{ quand } n \rightarrow +\infty.$$

Exercice 3 ($2PTS$**)**

Domaine de définition $----(0.5pt)$

$$D = D_1 \cap D_2 = \mathbb{R}$$

Résoudre l'équation suivante:

$$\frac{4^{(2x+1)}}{2^{(x-1)}} = 1.$$

tout ce qui suit est a $----(1.5pt)$

$$\begin{aligned} \frac{4^{(2x+1)}}{2^{(x-1)}} &= 1 \Leftrightarrow 4^{(2x+1)} = 2^{(x-1)} \\ &\Leftrightarrow 2^{2(2x+1)} = 2^{(x-1)} \\ &\Leftrightarrow 2(2x+1) = (x-1) \\ &\Leftrightarrow 3x = -3 \Leftrightarrow x = -1 \end{aligned}$$

Exercice 4 (5PTS)

qst1- ($3PTS$)

A,B,C $(0.25pt) \times 3$

chaque integrales $(0.5pt)$ **DONC** $(0.5pt) \times 3$

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \frac{x}{(x+1)(x+2)(x+3)} dx = \int \left(\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+3} \right) dx ----------(0.25pt) \\ &= A \ln(x+2) + B \ln(x+1) + C \ln(x+3) + c \\ &= 2 \ln(x+2) - \frac{1}{2} \ln(x+1) - \frac{3}{2} \ln(x+3) + c \end{aligned}$$

Ce qui suit $(0.5pt)$

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^1 \frac{x}{(x+1)(x+2)(x+3)} dx \\ &= \left(2\ln(1+2) - \frac{1}{2}\ln(1+1) - \frac{3}{2}\ln(1+3) \right) - \left(2\ln(0+2) - \frac{1}{2}\ln(0+1) - \frac{3}{2}\ln(0+3) \right) \\ &= \frac{7}{2}\ln 3 - \frac{11}{2}\ln 2 \end{aligned}$$

qst2- $(2PTS)$
Pour chaque ligne $(0.25pt)$**, donc** $(0.25pt)\times 8$

$$\begin{aligned}
\int (x+6)e^{-2x}dx. &= (ax+b)e^{-2x}+c \\
\left(\int (x+6)e^{-2x}dx\right)' &= \big((ax+b)e^{-2x}+c\big)' \\
(x+6)e^{-2x} &= (ae^{-2x}+(ax+b)(-2)e^{-2x} \\
&= (-2ax+a-2b)e^{-2x} \\
(x+6) &= (-2ax+a-2b) \\
-2a &= 1 \Rightarrow a=-\frac{1}{2}, \\
a-2b &= 6 \Rightarrow b=-\frac{13}{4}
\end{aligned}$$

$$I_2=\int (x+6)e^{-2x}dx=(-\frac{1}{2}x-\frac{13}{4})e^{-2x}+c$$